

熱帯低気圧の最大強度に対する  
内部コアの非軸対称成分の寄与

辻野智紀

平成 24 年 2 月 18 日

# 要 旨

最大風速によって評価した熱帯低気圧の強度に関する理論的研究は、近年急速に進展した。中でも、Emanuel (1986) によって提唱された熱帯低気圧の最大可能強度に関する理論 (MPI 理論) などに見られる 2 次元軸対称構造を仮定した熱帯低気圧の理論モデルは、力学的、熱力学的な考察に基づき、現実の熱帯低気圧の構造を非常によく表現している。これによって熱帯低気圧が獲得しうる最大強度を、熱帯低気圧の存在する海域での海面水温や対流圏界面の温度といった環境場の物理量から推定することが可能である。このような理論的研究を証明するために、数値モデルを用いた数値実験による熱帯低気圧の最大強度に関する研究も数多く行われている。このような研究では、2 次元軸対称数値モデルを用いることで、理論的研究において無視される複雑な過程 (例えば乱流混合や水の相変化の過程) を考慮した熱帯低気圧の強度予測が可能となる。

しかし、これらの 2 次元軸対称モデルでは、熱帯低気圧の非軸対称性を表現することはできない。Wang (2002a,b) は、3 次元静力学モデルを用いて、理想的な熱帯低気圧の非軸対称性が熱帯低気圧の強度と構造の変化に影響を与えるということを示した。これは、より正確に熱帯低気圧の最大強度を予測するためには、2 次元軸対称モデルではなく、3 次元の数値モデルによる予測が必要であることを示唆している。また、2 次元軸対称を仮定して構築されている理論モデルについても、この 3 次元の非軸対称性による効果を考慮しなければならないと考えられる。

そこで、本研究では、3 次元非静力学モデル (CReSS) を用いて理想化した熱帯

低気圧の最大強度に対して、内部コアでの非軸対称性がどのように影響しているのかということをも角運動量収支解析から定量的に見積もった。さらに、成熟期の最大強度が異なる複数の熱帯低気圧について解析を行い、非軸対称性の寄与の割合が最大強度とどのような関係をもつのかということ調べた。その結果、熱帯低気圧の風速が最大となる内部コア領域においては、非軸対称成分が最大風速に対して負（減速）の寄与を与えていることが明らかになった。また、この減速の効果は軸対称成分による最大風速の加速の効果に対しておよそ 10% 程度の大きさであることと、熱帯低気圧の最大強度が強くなるとともに減速の大きさが大きくなっていることも示した。したがって、最大強度の強い熱帯低気圧について、この非軸対称成分を無視することは適切ではない。この結果は、理論モデルにおいて非軸対称成分の効果を検討すべきであると示唆している。さらに、エネルギー収支によって内部コアにおける非軸対称性がどのようなメカニズムで維持されているのかを解析した。その結果、非軸対称成分のポテンシャルエネルギーの運動エネルギーへの変換と順圧および傾圧過程による運動エネルギーへの変換によって、内部コアでの非軸対称成分のエネルギーが供給されていることを明らかにした。最後に、内部コア領域において、接線方向に高速な伝播速度をもつ非軸対称な波を検出した。これは軸対称風の中で伝播する渦ロスビー波として説明することができ、熱帯低気圧の強度を理解するために重要である。そこで、この波の伝播特性を浅水モデルの渦ロスビー波の分散関係式から得られる理論値と比較した。その結果、この波の位相速度は理論値とほぼ同程度の値となることを示した。これは非静力学モデルでシミュレートされた熱帯低気圧の内部コアにおける、非軸対称成分が渦ロスビー波の伝播として説明することが可能であることを示唆している。



# Contributions of non-axisymmetric components in the inner core to the maximum intensity of tropical cyclones.

Tsujino Satoki

## **Abstract**

Recently, theoretical study of the maximum intensity, which is measured by the maximum wind velocity, of tropical cyclones (TCs) rapidly developed. In particular, the theoretical TC models having two-dimensional axisymmetric structure present the structure and intensity of real TCs very well (e.g. Emanuel's MPI theory; Emanuel, 1986). These models enable us to estimate the TC maximum potential intensity with a few environmental parameters, such as sea surface temperature and tropopause temperature in the ocean area. To support theory, a number of numerical studies of the TC maximum intensity have also been conducted. Using two-dimensional axisymmetric model, the TC maximum intensity has been predicted with complicated physical processes (e.g. turbulence and cloud physics) which are neglected in theoretical studies.

However, two-dimensional axisymmetric models do not include non-axisymmetric structure in TC. Wang (2002a,b) indicated that non-axisymmetry in an idealized TC influences the intensity and structure of TC, using a three-dimensional hydrostatic model. This suggests that a three-dimensional model is necessary to predict more accurate maximum intensity of TC. In addition, we believe that

non-axisymmetric effects should be included in axisymmetric theoretical models.

The present study used a three-dimensional non-hydrostatic model named the Cloud Resolving Storm Simulator (CReSS) to estimate quantitatively how non-axisymmetry influences TC maximum intensity by analyzing the angular momentum budget in the inner core region. We analyzed the angular momentum budgets for TCs which have the different maximum intensity. The present study showed that non-axisymmetric components have negative contributions for the maximum intensity (i.e. deceleration for the maximum wind velocity) in the inner core. In addition, we showed that this deceleration due to non-axisymmetric components is about 10% of the acceleration due to axisymmetric components and the deceleration increases with the maximum wind velocity. Therefore, we infer that non-axisymmetric components should be considered for prediction by the MPI theory for intense TCs. This result suggests that the effect of non-axisymmetric components should be included in theoretical models of the maximum potential intensity. Moreover, we analyzed the energetics of maintaining mechanism of non-axisymmetric components by energy budget. We showed that energy of non-axisymmetric components is supplied by conversion of potential energy of non-axisymmetric component to kinetic energy and conversion by barotropic and baroclinic processes. We can explain horizontal displacement of non-axisymmetric components as propagation of vortex Rossby wave in an axisymmetric vortex. It is important for understanding the TC maximum intensity to investigate the propagation characteristics of this wave. To show that non-axisymmetry in the

inner core is propagation of vortex Rossby wave, we compared simulated waves with theoretical value of the dispersion relation of vortex Rossby wave in shallow model. We detect tangential low-frequency waves, which have a rapid propagation speed and a feature of the vortex Rossby wave in the inner core. The waves have phase speed which is comparable to the theoretical value. This result suggests that theoretical value of phase speed is identical to that of the simulated TCs in the non-hydrostatic model and in the inner core non-axisymmetric component can explain as propagation of vortex Rossby wave.

# 目次

第1章	はじめに	1
第2章	実験設定・解析手法	7
2.1	数値モデル	7
2.1.1	モデルの概要	7
2.1.2	モデルの基本設定	8
2.2	実験条件	10
2.3	解析手法	12
2.3.1	角運動量収支解析	12
2.3.2	エネルギー収支解析	14
2.3.3	渦ロスビー波の検出	18
第3章	結果	23
3.1	数値実験	23
3.2	角運動量収支解析	25
3.3	エネルギー収支解析	27
3.4	渦ロスビー波の検出	30
第4章	考察	34



4.1	角運動量解析 . . . . .	34
4.2	エネルギー解析 . . . . .	35
4.3	渦ロスビー波の伝播 . . . . .	37
4.4	今後の課題 . . . . .	38
<b>第5章 まとめ</b>		<b>39</b>
5.1	角運動量収支 . . . . .	39
5.2	エネルギー収支 . . . . .	40
5.3	渦ロスビー波の伝播 . . . . .	41
謝辞		42
参考文献		44
付録		50
付録 A : Emanuel (1986) の理論 . . . . .		50
付録 B : Montgomery and Kallenbach (1997) の分散関係式 . . . . .		67
図・表		78

# 第1章 はじめに

熱帯低気圧とは、熱帯域の海洋上で発生、発達する低気圧性の渦である。熱帯低気圧のおおまかな構造は図1に示すように、一次循環として低気圧回転の渦の流れを、二次循環としてこの低気圧性回転による地表面でのエクマンポンピングによって、境界層付近で回転軸内向きのインフローとその収束に伴う壁雲域での上昇気流、そして上層での発散性のアウトフロー構造をしている。また、一次循環は傾度風バランス、静力学バランスが近似的に成り立っており、これらのバランスから、回転軸の中心の上空では暖気核と呼ばれる温度が正偏差となる領域が存在している。

この熱帯低気圧は、非常に強い風速を伴い人的被害も大きいことから、様々なアプローチによって研究が行われてきた。中でも熱帯低気圧の最大強度に関する理論的研究は熱帯低気圧の強度を予測するという点で重要である。ここで、本研究における最大強度は成熟期における最大風速として定義する。熱帯低気圧が獲得しうる最大強度の上限 (maximum potential intensity; MPI) は、その熱帯低気圧が置かれている環境における熱力学場 (気温や湿度) や力学場 (風の分布) に由来する外的要因と熱帯低気圧自身の内部構造に由来する内的要因によって決められる。環境の熱力学場 (外的要因) に由来する熱帯低気圧の最大強度についての研究は、

Emanuel (1986) の MPI 理論に代表されるような<sup>\*1</sup>, 熱帯低気圧を回転軸について対称な構造と仮定した 2 次元軸対称モデルをもとにした理論構築が行われている。この理論によると, 熱帯低気圧の最大強度はその置かれている環境場における物理パラメータから決定することができる。例えば, 海面水温, 対流圏界面の温度, 海面での熱・運動量交換過程 (潜熱・顕熱フラックス, 海面摩擦) などである。Emanuel (1986) の MPI 理論は Emanuel (1995a,b) による地表面気圧と海面交換係数の関係の改良, Bister and Emanuel (1998) による散逸加熱の効果の導入などによってその理論を発展させているが, 現在でも 2 次元軸対称モデルを用いた熱帯低気圧のシミュレーションにおいて, MPI 理論で予測される強度より強い熱帯低気圧がシミュレートされる, Superintensity というような問題が報告されている (Persing and Montgomery, 2003)。また, 熱帯低気圧にともなう海面付近での強風によって, 海洋での鉛直混合が引き起こされ, 海面温度が低下する。このような海面水温の低下により, 実際の熱帯低気圧は MPI 理論で予測される最大強度より低い値となる。さらに, 海面での摩擦による運動量交換や潜熱フラックスによる熱交換といった海面交換過程は MPI 理論で顕著な影響を与える。しかし, 熱帯低気圧のような強風下において, このような物理過程の詳細な観測は技術的な制約からほとんど行われていない。運動量交換過程 (海面摩擦) については, 海面付近の風速の上昇とともに増加すると考えられていたが, 近年, 熱帯低気圧のような非常に強風な状況の下では, 逆に海面摩擦が減少するということが観測から報告されている (Powell et al., 2003)。よって, これまで用いられているバルク法による海面交換係数の定式を熱

---

<sup>\*1</sup>Emanuel (1986) をはじめとする熱帯低気圧の最大強度予測に関する MPI 理論についての概説は付録 A 参照。

帯低気圧のような強風下に適用することは問題があると思われる。また, Emanuel (2003) では, MPI 理論で顕著な影響を与える海面交換過程を正確に見積もるために, sea-spray を考慮した海面交換係数の定式化を行っている。このように, MPI 理論はいまだに発展段階である。

さらに, 熱帯低気圧が置かれている環境の力学場 (外的要因) や熱帯低気圧自身の内部構造 (内的要因) が最大強度に影響を与えるという点も重要である。Peng et al. (1999) では, プリミティブモデルによる熱帯低気圧のシミュレーションにおいて, 環境場に一樣な風を組み込んだ実験と, 惑星渦度の空間変化 ( $\beta$  効果) を組み込んだ実験を行い, どちらの場合も熱帯低気圧の強度が外的要因のない場合に比べて制限されることを示した。Frank and Ritchie (2001) では, 環境風に鉛直シアーがある場合, ウォームコアが変形を受けるベンチレーションというメカニズムによって熱帯低気圧の強度が弱くなるとしている。これらの効果は MPI 理論には組み込まれておらず, 熱帯低気圧の最大強度を正確に予測するためには, これらの効果を考慮しなければならない。

最後に熱帯低気圧の内部構造による最大強度への影響 (内的要因) を述べる。実際の熱帯低気圧の観測から, 非常に強い熱帯低気圧の内部コアにおいて多角形の壁雲構造やスパイラルレインバンドで特徴づけられるような顕著な非対称構造が観測されている (例えば, 図 2 は衛星観測で捉えられた壁雲での波数 3 型の非対称構造 (Kossin et al., 2002), また, 図 3 はレーダで観測された熱帯低気圧の内部コア域における波数 2 の非対称構造 (Corbosiero et al., 2006) である)。ここで, 内部コアの定義は Wang (2002a,b) の定義にしたがい, 中心から半径 100 km までとする。また, 本研究では特に最大風速をとる下層 4 km 以下に着目する。このよう

な非対称構造は 2 次元軸対称を仮定した理論モデルでは考慮することができない。また, 2 次元軸対称な数値モデルによる研究でも表現することができない。このような非対称構造を表現するためには, 3 次元の数値モデルが必要である。この非対称性が熱帯低気圧の最大強度や構造に与える影響についての 3 次元モデルによる研究は過去に行われており, 中でも Wang (2002a,b) では, 3 次元の静力学モデルを用いて, 理想化した熱帯低気圧の構造と最大強度を調べ, 角運動量収支解析の結果から, このような非対称構造は, 熱帯低気圧の最大強度に対応する軸対称風を減速させる効果を与えていることを示した。また, Yang et al. (2007) では, 3 次元静力学モデルとそのモデルを 2 次元化したモデルを用いて, 同様の条件で行った理想化シミュレーションの結果から, 2 次元モデルでシミュレートした熱帯低気圧の最大強度が 3 次元モデルの熱帯低気圧の最大強度より強くなるという結果を得ている。このようなことから, 熱帯低気圧の内部コアにおける非対称構造は熱帯低気圧の最大強度に影響を与えることがわかっている。さらに, このような非対称構造の振る舞いを渦ロスビー波の伝播という概念から説明する理論的研究が行われている (例えば, Montgomery and Kallenbach, 1997; 以降 MK97)。渦ロスビー波とは, 惑星規模のロスビー波の類推から考えられた概念である。惑星ロスビー波が惑星渦度の子午面勾配 ( $\beta$  効果) で伝播する波であるのと同様に, 渦ロスビー波は, 熱帯低気圧の軸対称風による相対渦度の動径方向の勾配によって伝播する波である。その定性的な性質は, オイラー座標系でみたとき, 熱帯低気圧の軸対称風と同一方向に伝播するように観測される波である。(惑星ロスビー波と渦ロスビー波の概念図は図 4 参照。) この概念による内部コアでの非対称構造の理論的説明は未だに発展段階であり, Wang (2002a,b) によって静力学モデルの内部コア域における

非対称構造が、渦ロスビー波の伝播を示す性質をもっているということを示しているが、定性的な解析にとどまっており、理論モデルにおける分散関係との比較などは行っていない。内部コア域における非軸対称成分の伝播特性を調べることは、熱帯低気圧の内部コアにおける強度の変化を理解する上で重要である。

以上のようなことから、本研究では名古屋大学地球水循環研究センターで開発された 3 次元雲解像モデル CReSS (Cloud Resolving Storm Simulator, Tsuboki and Sakakibara, 2007) を用いて、成熟期の最大強度が異なる熱帯低気圧の非軸対称成分について、以下を示すことを目的とする。

1. 最大強度の異なる複数の熱帯低気圧を数値モデルによってシミュレートし、それぞれについて成熟期の内部コア域における非軸対称成分が最大強度に与える効果を角運動量収支解析によって定量的に見積もる。またその結果から、複数の熱帯低気圧について、最大強度の差と非軸対称成分の寄与の差を比較する。
2. 成熟期における熱帯低気圧の非軸対称成分の維持過程をエネルギー収支解析から明らかにする。
3. 内部コア域における非軸対称成分の水平方向への伝播特性と MK97 における浅水モデルにおける渦ロスビー波の分散関係から得られる伝播特性を比較する。

1, 2 の結果から、MPI 理論のような熱帯低気圧の最大強度を予測する理論モデルに、非軸対称成分の効果を組み込む必要性についての数値的根拠を与えることができると思う。これはまた、非軸対称性によって修正される熱帯低気圧の最大強

度の維持メカニズムを理解するためにも重要となる。3の結果から、非静力学モデルにおいてシミュレートされた熱帯低気圧の内部コアでの非軸対称成分が渦ロスビー波の伝播として説明されるという先行研究の主張を定量的に評価することができる。これにより、まだ未解明な部分が多い成熟期における内部コア域の強度と構造の変化を理論モデルによって理解するための助けとなることが期待される。内部コアにおける非軸対称性の振る舞いは熱帯低気圧の強度に影響を与えるため、さらに深い物理的な理解を得るために重要となる。(以降は、説明の便宜上、「非軸対称成分」と表記するが、これが示すものは以前の「非対称構造」とまったく同じ意味であることに注意されたい)

## 第2章 実験設定・解析手法

### 2.1 数値モデル

#### 2.1.1 モデルの概要

本研究では、名古屋大学地球水循環研究センターで開発された数値モデル CReSS (Version 2.3; Tsuboki and Sakakibara, 2007) を用いた。本モデルは 3 次元非静力学モデルであり、鉛直運動を陽に予測することができる。これに加えて、雲、降水の微物理過程を考慮しており、熱帯低気圧の内部コアにおける壁雲の構造を正確に表現することが可能である。大気の運動は準圧縮系方程式に基づき、空間については有限差分法による離散化を行っており、格子点はスタaggered格子が採用されている。スタaggered格子とは、数値モデルにおける空間方向の離散化の際、スカラー変数とベクトル変数を格子間隔の半分ずれた点で定義する格子配置法である。具体的には、スカラー変数の定義点を中心に、東西風速は東西方向に半格子ずれた点に、南北風速は南北方向に半格子、鉛直風速は鉛直方向に半格子ずれた点でそれぞれ定義される。また、実際の出力データにおいて定義されている格子点はスカラー変数が定義されている格子点であり、ベクトル変数はこのスカラー変数定義点の近接点から補間された値が出力されている。時間方向にはモード別時間分割法が用いられている。これは、CFL 条件による制約から時間ステップを短くとらなければならない圧力変化に関する項 (音波項) のみ短い時間ステップで計算を行い、そ



の他の項は長い時間ステップで計算を行うという手法である。この方程式系において、予報される変数は 3 次元の風速、気圧、温位、水蒸気と水物質であり、密度は状態方程式から診断的に求められる。乱流過程は渦粘性モデルによるパラメタリゼーションで計算される。雲物理過程はバルク法によるパラメタリゼーションで計算される。地表面過程および、大気境界層計算については、鉛直 1 次元で定式化される地表面フラックスのバルク法 (後述) によって計算される。

## 2.1.2 モデルの基本設定

水平方向の格子解像度は 4 km であり、計算領域は 2000 km × 2000 km の水平領域をとった。鉛直方向には 40 層の格子をとり、平均格子解像度は 600 m、地表面から高度 17 km までについて、3 次多項式によるストレッチングを行った。最下層の格子間隔は 100 m であり、鉛直上端はおよそ 23 km までをとった。時間積分については、音波項の計算時間ステップを 2 秒、それ以外の計算時間ステップを 4 秒で行った。各実験において、積分時間は 250 時間行う。この 250 時間という値は後述するように、最大強度の異なる熱帯低気圧を数値実験する際、すべての実験の熱帯低気圧が成熟期に達するまで計算を行った時間である。またここで成熟期とは、熱帯低気圧の最大強度 (最大風速) が準定常に達した状態のことを指す。移流スキームは 4 次精度の中心差分近似を用いた。海面水温は 303.16 K で計算時間を通して変化しないように設定した。コリオリパラメータは緯度 15° での値で一定として与えた ( $f$  面近似)。水平側面の境界条件は open boundary、鉛直下端の境界条件は地表面過程によって強制が与えられ、鉛直上端での境界条件は剛体蓋 (鉛直速度がゼロ)、高度 17 km より上にスポンジ層を施した。乱流過程は乱流運動エネ

ルギーを予測する 1.5 次のクロージャースキームを用いた。雲物理過程は氷物質の粒径分布の予測を用いた冷たい雨のバルクスキームを用いた。風の場合の初期値は Sawada and Iwasaki (2010) の初期値を参考にし、以下のような式で表される低気圧性の軸対称渦を用いた：

$$v(r, z) = \frac{z_0 - z}{z_0} \frac{40 \times (r/r_0)}{1 + (r/r_0)^3}, \quad (z \leq 10\text{km}). \quad (1)$$

ここで、 $(r, z)$  は円筒座標系 (図 5) における動径方向、鉛直方向の位置座標である。また、 $r_0 = 120 \text{ km}$ ,  $z_0 = 10 \text{ km}$ ,  $v$  は接線方向の風であり、低気圧性方向の回転を正とする。図 6 はこの風分布を  $r - z$  断面で表したものである。なお、CReSS の初期値は 3 次元のデカルト座標系で与える必要があるため、実際には上の式で表現される風分布を 3 次元の円筒座標  $(r, \theta, z)$  で表現し、それを座標変換によってデカルト座標系に変換することで初期値として与えた。さらに、熱力学場 (温度と湿度) の初期値は海洋開発研究機構 (JAMSTEC) の観測船「みらい」の MR10-03 航海によって観測された北西熱帯太平洋上での高層気象観測データを水平方向一様に与えた。この高層気象観測の鉛直プロファイルを示したものが図 7, 8 である。図 7 は黒線が温度 ( $^{\circ}\text{C}$ ) プロファイル (軸は図の下に示す) であり、青線は相対湿度 (%) のプロファイル (軸は図の上に示す) である。また、図 8 は同様のプロファイルから温位 (桃色線), 相当温位 (水色線), 飽和相当温位 (橙色線) で示したものである。このプロファイルを使用する妥当性を検証するために、典型的な熱帯域における大気の鉛直プロファイルを図 9 に示す。この図は実線  $\theta$  が温位, 破線  $\theta_e$  が相当温位, 破線  $\theta_e^*$  が飽和相当温位の鉛直プロファイルをそれぞれ表している。このプロファイルと図 8 を比較すると、下層およそ 700 hPa 付近まで相当温位の鉛直勾配が負

となる対流不安定な層をどちらも形成しており, 700 - 600 hPa 付近は対流中立, それより上層では安定な層を形成しており, 「みらい」の観測プロファイルが熱帯低気圧の発生・発達する典型的な熱帯海域の熱力学場を表現していることが明らかである.

## 2.2 実験条件

本研究の目的から, 成熟期の最大強度が異なる熱帯低気圧をシミュレートする. Emanuel (1986) の理論的予測によると, 熱帯低気圧の最大強度に対して, 海面での熱量と運動量の交換過程が非常に感度をもつことが予測されている. 具体的には, 海面交換過程をバルク法で評価した際の海面交換係数  $C_E, C_D$  の比  $C_E/C_D$  が感度をもつ. Emanuel (1986) において用いられている海面フラックスの評価式は

$$\begin{aligned}\tau_s &= C_p [C_E |V| (\ln \theta_e - \ln \theta_{es})], \\ \tau_M &= C_D |V| r V\end{aligned}\tag{2}$$

である. ここで,  $\tau_s, \tau_M$  は海面での熱フラックスと運動量フラックス,  $C_D, C_E$  がそれぞれ海面での運動量交換係数と熱交換係数,  $C_p$  は大気 of 定圧比熱,  $r, V$  はそれぞれ円筒座標系における動径方向の座標変数, 接線方向の風速,  $\theta_e, \theta_{es}$  はそれぞれモデルにおける大気第 1 層での相当温位, 海面での飽和相当温位である. これをもとに得られた定常状態における熱帯低気圧の最大風速  $V_{max}$  は

$$V_{max}^2 = \frac{C_E}{C_D} \varepsilon L q_a^* (1 - RH_{as}) \frac{1 - \frac{1}{4} \frac{f^2 r_0^2}{\beta R T_s}}{1 - \frac{1}{2} \frac{C_E}{C_D} \varepsilon \frac{L q_a^* (1 - RH_{as})}{\beta R T_s}}\tag{3}$$

となる. ここで, 添字  $s, a$  はそれぞれ海面での値と熱帯低気圧の中心から遠く離れた環境場での値であることを示す. また, その他の記号は以下のような意味である:

$$\beta \equiv 1 - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*RH_{as}}{RT_s} \right), \quad \varepsilon \equiv \frac{T_s - T_0}{T_s},$$

$L$  = 水物質の潜熱,  $q^*$  = 水蒸気の飽和混合比, RH = 相対湿度,

$T_s$  = 海面水温,  $T_0$  = 対流圏界面温度,  $r_0$  = 熱帯低気圧の大きさ,

$R$  = 大気的气体定数,  $f$  = コリオリパラメータ (一定).

この関係から,  $C_E/C_D$  については, 微小項を無視すると

$$V_{max} \propto \left( \frac{C_E}{C_D} \right)^{1/2}$$

という関係をもつことがわかる. ここで, Emanuel (1986) によると  $C_E/C_D < 2$  の範囲で上式が成り立つ. Bryan and Rotunno (2009b) の 2 次元軸対称モデルを用いた数値実験では, 理想化された熱帯低気圧の最大強度に対して, この海面交換過程が感度をもつことが示されている. そこで, 本研究で用いる 3 次元モデルにおいても海面での交換過程を変化させることで最大強度の異なる熱帯低気圧が形成されると考えた. 本研究で用いた 3 次元モデル CReSS の海面交換過程における運動量と熱のフラックスは, 以下の式で表現されている:

$$\tau = \rho_a |\mathbf{V}_a| C_D \mathbf{V}_a,$$

$$F_{q_v} = \rho_a |\mathbf{V}_a| C_E (q_{va} - q_{vs}),$$

$$F_\theta = \rho_a |\mathbf{V}_a| C_E (\theta_a - \theta_s).$$

ここで,  $\tau, F_{q_v}, F_\theta$  はそれぞれ, 運動量フラックス, 潜熱フラックス (水蒸気フラックス), 顕熱フラックス (温位フラックス) であり,  $\rho, V$  は大気密度と水平方向

の速度ベクトルである。また、添字  $a, s$  はそれぞれ大気第 1 層と海面での値であることを示す。ただし、CReSS における実際の潜熱顕熱フラックスは低層スタントン数と低層ダルトン数というパラメータを考慮して計算しているため、厳密には同じ  $C_E$  では計算されていないことに注意する。これは、Bryan and Rotunno (2009b) で用いられている軸対称モデルとほぼ同様のパラメタリゼーションである。ただし、 $C_D, C_E$  の風速依存性については彼らと多少異なる式で計算していることを除く。上式のうちパラメータ  $C_D, C_E$  を表 1 のように変化させた実験を行う。実験 CTL が CReSS のデフォルトで計算される  $C_D, C_E$  の値を用いて準定常状態の熱帯低気圧をシミュレートしたコントロールランである。CE1.5 は CReSS のデフォルトで計算された海面交換係数のうち、熱交換係数  $C_E$  の値を 1.5 倍に増加させた値を用いた実験である。同様に、CD1.5 は運動量交換係数について、デフォルトの値より 1.5 倍増加させた実験、CE1.5CD1.5 はデフォルトの交換係数の両方について 1.5 倍増加させた値を用いた実験である。このように海面交換係数を変化させた 4 つの数値実験を行い、準定常状態での熱帯低気圧の最大強度を比較する。

## 2.3 解析手法

### 2.3.1 角運動量収支解析

本研究では、非軸対称成分の寄与を見積もるために、角運動量収支解析を行う。

大気の運動方程式を円筒座標系で表記した際、接線方向の運動方程式は

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \left( u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{1}{r\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \theta} - fu - \frac{uv}{r} + \text{Turb.}v \quad (4)$$

である。ここで、 $(r, \theta, z)$  は円筒座標系における動径、接線、鉛直方向の座標変数、 $(u, v, w)$  はその方向の速度成分である。また、 $p$  は気圧、 $f$  はコリオリパラメータ、 $t$  は時間、 $\rho_0$  は基本場の密度であり、高度のみの関数である。なお、 $\text{Turb.}v$  は乱流過程の項を表す。この両辺に動径方向の位置座標  $r$  をかけて整理すると、角運動量方程式：

$$\frac{\partial(rv)}{\partial t} = - \left( ru \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial(rv)}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \theta} - fru - uv + r\text{Turb.}v \quad (5)$$

が得られる。ここで、ある従属変数  $\phi(r, \theta, z, t)$  を  $\theta$  方向の平均量  $\bar{\phi}(r, z, t)$  とそこからの変動  $\phi'(r, \theta, z, t)$  の和：

$$\phi(r, \theta, z, t) = \bar{\phi}(r, z, t) + \phi'(r, \theta, z, t)$$

で表現する。このとき、 $\bar{\phi}$  を「軸対称成分」、 $\phi'$  を「非軸対称成分」と定義する。(5)式をこの表記で書き換え、接線方向に平均すると、

$$\bar{\phi}' = 0, \quad \overline{\phi'\psi'} \neq 0, \quad \overline{\frac{\partial \phi'}{\partial \theta}} = 0, \quad \psi' = \psi'(r, \theta, z, t)$$

であることに注意して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(r\bar{v}) = & \underbrace{- \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \bar{u}\bar{v}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z}(r\rho_0 \bar{w}\bar{v}) \right)}_{FLXM} - fr\bar{u} + r\overline{\text{Turb.}v} \\ & - \underbrace{\left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \overline{u'v'}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z}(r\rho_0 \overline{w'v'}) \right)}_{FLXE} \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる。これが、本研究で用いる角運動量収支解析の方程式である。ただし、計算の簡単化のため、非弾性近似における連続の式：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z}(\rho_0 w) = 0$$

を用いた。ここで、「FLXM」は軸対称成分による角運動量の加速、「FLXE」は非軸対称成分による角運動量の加速をそれぞれ表す。角運動量  $r\bar{v}$  は軸対称風に比例するので、角運動量の加減速は熱帯低気圧の最大強度を表す軸対称風の加減速を表現していることに注意せよ。Emanuel (1986) のような 2 次元軸対称理論モデルでは、軸対称成分による角運動量の加速 FLXM と地表面摩擦による減速 Turb がつりあうことで準定常状態が実現されるとしている。同様に、Bryan and Rotunno (2009b) のような 2 次元非軸対称モデルにおいても、非軸対称成分 FLXE は表現されていないことに注意する。

### 2.3.2 エネルギー収支解析

次に、非軸対称成分の維持過程を解析するために、エネルギー収支解析を行う。大気の水平運動に伴う運動エネルギーの方程式を円筒座標で表現すると、

$$\frac{\partial K}{\partial t} = - \left( u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) K - \frac{\mathbf{v}}{\rho_0} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \text{Turb} \mathbf{v} \quad (7)$$

となる。ここで、

$$K \equiv \frac{\mathbf{v}^2}{2}, \quad \mathbf{v}^2 = u^2 + v^2, \quad \mathbf{v} = (u, v)$$

である。この  $v$  は水平風ベクトルを表す。ところで、水平方向の接線平均した運動方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = & - \left( \bar{u} \frac{\partial}{\partial r} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} \mathbf{i} - \left( f + \frac{\bar{v}}{r} \right) \mathbf{k} \times \bar{\mathbf{v}} + \overline{\text{Turb} \mathbf{v}} \\ & - \left( \overline{\mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}'} + \overline{w' \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial z}} \right) - \frac{\overline{v'}}{r} \mathbf{k} \times \mathbf{v}' \end{aligned} \quad (8)$$

であるので、これより、接線平均した運動エネルギー方程式は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{K}}{\partial t} = & - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{K}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \bar{w} \bar{K}) \right) - \frac{\bar{u}}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \overline{\text{Turb} \mathbf{v}} \\
& - \left( \frac{\bar{u}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'^2}) + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'v'}) + \frac{\bar{u}}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{u'w'}) + \frac{\bar{v}}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{v'w'}) \right) \\
& + \bar{u} \frac{\overline{v'v'}}{r} - \bar{v} \frac{\overline{u'v'}}{r}
\end{aligned} \tag{9}$$

となる。ここで、

$$\bar{K} \equiv \left( \frac{\bar{\mathbf{v}}^2}{2} \right) = \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2}$$

と定義した。これが軸対称成分の運動エネルギーである。一方、もとの運動エネルギー方程式 (7) を平均場と変動に分けると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (\bar{K} + \bar{K}')}{\partial t} = & - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{K}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \bar{w} \bar{K}) \right) - \frac{\bar{u}}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \overline{\text{Turb} \mathbf{v}} \\
& - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u} \bar{K}') + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \bar{w} \bar{K}') \right) \\
& - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'K'}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{w'K'}) \right) - \frac{\overline{\mathbf{v}' \cdot \nabla p'}}{\rho_0} + \overline{\mathbf{v}' \cdot \text{Turb} \mathbf{v}'} \\
& - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'(\bar{u}u' + \bar{v}v')}) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{w'(\bar{u}u' + \bar{v}v')}) \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

となる。ここで、

$$K' \equiv \left( \frac{\mathbf{v}'^2}{2} \right) = \frac{u'^2 + v'^2}{2}$$

と定義した。これが、非軸対称成分の運動エネルギーである。同様に、非軸対称成分の運動エネルギーの接線平均を

$$\bar{K}' \equiv \left( \frac{\overline{\mathbf{v}'^2}}{2} \right) = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2}}{2}$$



と定義する. このとき,  $\overline{K'} \neq 0$  であることに注意. ゆえに, 擾乱のエネルギー方程

式は (10) から (9) を引くことで求めることができる. よって,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{K'}}{\partial t} = & - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{u'K'})}{\partial r} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0\overline{w'K'})}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{u'p'})}{\partial r} + \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} + \frac{d}{dz} (\ln \rho_0) \overline{p'w'} \right\} \\ & - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{uK'})}{\partial r} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0\overline{wK'})}{\partial z} \right) + \overline{\mathbf{v}' \cdot \text{Turb} \mathbf{v}'} \\ & - \left\{ \overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \overline{w'u'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{w'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right\} - \bar{u} \frac{\overline{v'v'}}{r} + \bar{v} \frac{\overline{u'v'}}{r} \end{aligned} \quad (11)$$

が得られる. これが擾乱についてのエネルギー方程式であり, 以降の解析ではこの

式をもとに計算を行う. ここで, 各項の表わす意味は以下である.

$$\begin{aligned} \text{FDM} &= - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{u'K'})}{\partial r} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0\overline{w'K'})}{\partial z} \right) \\ \text{FDE} &= - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{u'K'})}{\partial r} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0\overline{w'K'})}{\partial z} \right) \\ \text{PTC} &= - \frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{u'p'})}{\partial r} + \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} + \frac{d}{dz} (\ln \rho_0) \overline{p'w'} \right\} \\ \text{BTC} &= - \overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \bar{u} \frac{\overline{v'v'}}{r} + \bar{v} \frac{\overline{u'v'}}{r} \\ \text{BCC} &= - \overline{w'u'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{w'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \\ \text{DISS} &= \overline{\mathbf{v}' \cdot \text{Turb} \mathbf{v}'}. \end{aligned} \quad (12)$$

FDM 平均流による擾乱のエネルギーフラックス収束.

FDE 擾乱による擾乱のエネルギーフラックス収束.

PTC 擾乱の運動エネルギーへの擾乱のポテンシャルエネルギーの変換.

BTC 順圧過程による平均流からのエネルギー変換.

BCC 傾圧過程による平均流からのエネルギー変換.

DISS 摩擦散逸と乱流過程によるエネルギーの散逸.

さらに, BTC, BCC を次のように分ける.

$$\begin{aligned} \text{BTC} &= \text{BTCA} + \text{BTCR}, & \text{BTCA} &= \bar{v} \frac{\overline{u'v'}}{r} - \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r}, & \text{BTCR} &= -\overline{u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \bar{u} \frac{\overline{v'v'}}{r}, \\ \text{BCC} &= \text{BCCA} + \text{BCCR}, & \text{BCCA} &= -\overline{w'u'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, & \text{BCCR} &= -\overline{w'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (13)$$

BTCA 接線平均流に伴う順圧過程によるエネルギー変換.

BTCR 動径平均流 (インフロー) に伴う順圧過程によるエネルギー変換.

BCCA 接線平均流に伴う傾圧過程によるエネルギー変換.

BCCR 動径平均流 (インフロー) に伴う傾圧過程によるエネルギー変換.

このように運動エネルギー方程式の各項を分け, それぞれの  $r - z$  面の分布について収支解析を行う.

ここで, CReSS のデータはデカルト座標系で出力されるので, 上の解析の際には中心軸を原点とした円筒座標系に変換しなければならない. ここでは, デカルト系から円筒座標系への変換において, 双線形内挿によって補間を行った. 具体的には, 先に円筒座標系の格子  $(r_m, \theta_n)$  を定義しておき (実際には, これに相当するデカルト座標系での位置座標  $(x_m, y_n)$ ), その格子の各点について, 近傍 4 点  $(x_i, y_j)$ ,  $(x_{i+1}, y_j)$ ,  $(x_i, y_{j+1})$ ,  $(x_{i+1}, y_{j+1})$  のデカルト座標系での格子点から

$$\begin{aligned} z_{m,n} &= z_{i,j} + \frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{x_{i+1} - x_i} (x_m - x_i) + \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{y_{j+1} - y_j} (y_n - y_j) \\ &\quad [z_{i+1,j+1} - z_{i,j+1} - z_{i+1,j} + z_{i,j}] \frac{(x_m - x_i)(y_n - y_j)}{(x_{i+1} - x_i)(y_{j+1} - y_j)} \end{aligned}$$

という式で定義される線形内挿処理を行う (ここで用いられた双線形補間の概念図は図 10 参照). ここで,  $z$  はデカルト座標系で定義される内挿する物理量であり,  $z_{m,n}$  が円筒座標系に内挿されたときの値である. この操作によって得られた円筒座標系での格子データを用いて, 接線 ( $\theta_n$ ) 方向の平均操作を行った. なお, 中心軸は地表面気圧が最低値をとる格子点にとった.

### 2.3.3 渦ロスビー波の検出

本研究でシミュレートされた熱帯低気圧の内部コア域において発生する非軸対称成分が渦ロスビー波の伝播であることを示すために, ポテンシャル渦度 (以下, PV) を中心軸に対して接線方向にフーリエ変換することで各波数成分 (振幅) に分離し, 各波数成分ごとの振幅の時系列からその伝播特性を調べた. ここで, PV は軸対称接線風が最大となる高度 (本研究では高度 1.2 km) で計算された値を用いた. また, この時系列図の作成手順の詳細は表 2 にまとめた. さらに, 3 次元モデルで再現された渦ロスビー波の伝播特性と理論モデルによって得られた渦ロスビー波の伝播特性 (分散関係) を比較するために, モデルでシミュレートされた波の時系列から得られる接線, 動径方向の位相速度, 動径方向の群速度と MK97 で構築された浅水流体における渦ロスビー波の分散関係に基づく接線, 動径方向の位相速度, 動径方向の群速度の理論値を比較した. 以下にそれぞれの詳細を述べる.

モデルでシミュレートされた非軸対称成分から求められる, 波の接線, 動径方向の位相速度, 動径方向の群速度は波の時系列図から得られる伝播速度に対応している. これを示すために, PV が以下のような 2 次元の平面波の構造をしていると仮

定する：

$$\text{PV} : \psi = \psi_0 e^{i(kr+n\theta-\omega t)}.$$

ここで,  $\psi_0$  は波の振幅であり, 単色波なら空間方向に一様な値である.  $k, n$  は動径, 接線方向の波数,  $r, \theta, t$  は動径座標, 接線座標, 時間であり,  $\omega$  は波の振動数である. 波の位相速度, 群速度の定義から, 接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  はそれぞれ,

$$C_{p\theta} = \frac{\omega}{n}, \quad C_{pr} = \frac{\omega}{k}, \quad C_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

で定義されている. 波の式を接線方向にフーリエ変換すると,

$$\text{PV}_n : \psi_n = \psi_0 e^{i(kr-\omega t)}.$$

となるので, これを

$$\text{PV}_n : \psi_n = \psi_0 e^{ik(r-C_{pr}t)}.$$

と変形すると,  $\text{Re}[\psi_n]$  が動径方向に時間とともに速度  $C_{pr}$  で伝播することがわかる. 同様に,  $\psi$  をある動径距離  $r_f$  において, 波数  $n = N$  のみの波で構成される単色波  $\psi(r, \theta, t) = \psi_0 e^{i(kr_f+N\theta-\omega t)}$  を

$$\text{PV}_N : \psi = \psi_0 e^{iN(kr_f/N+\theta-C_{p\theta}t)}.$$

とすると,  $\psi$  が接線方向に時間とともに速度  $C_{p\theta}$  で伝播することがわかる. さらに, ここまでは単色波を考えたが, もし波が複数の三角関数の重ね合わせで表現されるような波であった場合, つまり

$$\text{PV} : \psi = \psi_0 \left[ e^{i\{(k_0+\delta k)r-\omega(k_0+\delta k)t\}} + e^{i\{(k_0-\delta k)r-\omega(k_0-\delta k)t\}} \right]$$

という形の波であった場合 (上式はすでに接線方向にフーリエ変換しているが、一般性は失われない),  $\delta k \ll k$  であるなら,

$$\omega(k \pm \delta k) \approx \omega(k_0) + \frac{\partial \omega}{\partial k} \delta k = \omega(k_0) \pm C_{gr} \delta k$$

という関係が成り立つ. ここで,  $C_{gr} \neq 0$  を分散性の波という. すると, 先の分散性の波は

$$\begin{aligned} \text{PV} : \psi &= \psi_0 \left[ e^{i(\delta k)\{r - C_{gr}t\}} + e^{-i(\delta k)\{r - C_{gr}t\}} \right] e^{i\{k_0 r - \omega(k_0)t\}} \\ &= 2\psi_0 \cos \{(\delta k)(r - C_{gr}t)\} e^{i\{k_0 r - \omega(k_0)t\}} \end{aligned}$$

という式に帰着される. この波の絶対値 (振幅の大きさ) は  $\sqrt{\psi\psi^*}$  で求められるので<sup>\*1</sup>, 上式から,

$$\sqrt{\psi\psi^*} = 2\psi_0 \cos \{(\delta k)(r - C_{gr}t)\}$$

となり,  $\sqrt{\psi\psi^*}$  が動径方向に時間とともに速度  $C_{gr}$  で伝播することがわかる. 以上をまとめると,

接線方向の位相速度  $\Rightarrow$  最大風速半径付近での「接線方向の実空間での波の時系列」

動径方向の位相速度  $\Rightarrow$  「動径方向のフーリエ空間での振幅の実数成分の時系列」

動径方向の群速度  $\Rightarrow$  「動径方向のフーリエ空間での振幅の大きさの時系列」

という対応から, モデルでシミュレートされた波の伝播特性を求めることができる. ここで, 「実空間」とはフーリエ変換を行っていない物理空間のことであり, 「フーリエ空間」とはフーリエ変換を行って変換された波数空間のことをそれぞれ指す.

---

<sup>\*1</sup> $\psi\psi^*$  は複素共役である.

また、モデルの結果をフーリエ空間に変換する際には、大関 (2006)、石岡 (2004) に基づく FFT (高速フーリエ変換) 用のプログラムを作成した。

次に、MK97 では、浅水モデルにおける渦ロスビー波の伝播を理論モデルを用いて考察し、以下に示すような波の分散関係式を導いた\*2。

$$\omega = n\bar{\Omega}_0 + \frac{n\bar{\xi}_0}{R\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0/dr}{\{k^2 + (n^2/R^2) + \gamma_0^2\}}. \quad (14)$$

ここで、 $n$  は接線方向の波数、 $\omega$  は波の振動数、 $\bar{\Omega}_0$  は軸対称成分の風の最大風速半径における角速度、 $R$  は最大風速半径、 $k$  は動径方向の波数、 $\bar{\xi}_0$  は軸対称風の相対渦度、 $\bar{q}_0$  は軸対称成分によるポテンシャル渦度、 $\gamma_0^2$  は局所ロスビー変形半径の逆数の 2 乗であり、 $\gamma_0^2 = \bar{q}_0\bar{\xi}_0$  である。これを用いると、接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ 、動径方向の位相速度  $C_{pr}$ 、動径方向の群速度  $C_{gr}$  はそれぞれ、

$$\begin{aligned} C_{p\theta} &= \frac{\omega R}{n} = \bar{\Omega}_0 R + \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0/dr}{\{k^2 + (n^2/R^2) + \gamma_0^2\}}, \\ C_{pr} &= \frac{\omega}{k} = \frac{n}{k}\bar{\Omega}_0 + \frac{n\bar{\xi}_0}{R\bar{q}_0 k} \frac{d\bar{q}_0/dr}{\{k^2 + (n^2/R^2) + \gamma_0^2\}}, \\ C_{gr} &= \frac{\partial\omega}{\partial k} = -\frac{2kn\bar{\xi}_0}{R\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0/dr}{\{k^2 + (n^2/R^2) + \gamma_0^2\}^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

となり、これらの式に基づいて計算された波の伝播速度とモデルでシミュレートされた波の伝播速度とを比較する。ここで、この理論式の計算に必要な物理量はすべて、数値モデルでシミュレートされた熱帯低気圧の成熟期における値を適宜用いることとする。ただし、動径方向の波数については、MK97 の理論式によると、

$$k(t) = k_0 - nt \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr}$$

という式で求められ、時間に線形に減少する振る舞いを見せるが、本研究でシミュレートされた波については、この傾向がみられなかったため、接線方向にフーリエ

\*2MK97 における分散関係は付録 B に詳しく示す。

変換した波  $\psi_n$  の実部  $\text{Re}[\psi_n]$  について, 動径方向の時系列図から直接, 動径方向の波長を各時刻について計算し, 波数  $k$  に変換して分散関係を求める.

## 第3章 結果

### 3.1 数値実験

まず、各実験でシミュレートされた熱帯低気圧が過去に行われている同様の実験と整合的な結果であるかを確認する。図 11 はそれぞれ、各実験ごとの接線平均した最大風速と地表面気圧の最低値の時系列図である。最大風速の時系列から、250 時間の計算時間でどの実験も準定常状態に到達していることがわかる。また、BR09 と同じように、シミュレートされた熱帯低気圧の最大強度は海面交換係数の比  $C_E/C_D$  が大きくなるとともに最大強度が大きくなる傾向にあることが示されている。地表面気圧の時系列をみても、 $C_E/C_D$  の比にしたがって値が変化している。ただし、CE1.5CD1.5 の結果については CE1.5 の値より低い値となっている。本研究では、この計算時間のうち、240 - 250 時間における熱帯低気圧の状態を解析対象とした。

次に、熱帯低気圧における 1 次循環と 2 次循環の構造を確認する。熱帯低気圧における 1 次循環は近似的には傾度風バランスした、接線方向の低気圧性回転の風である。一方、2 次循環は 1 次循環のエクマンポンピングによって駆動される、大気境界層内における熱帯低気圧の外側から内側へのインフローと、壁雲域での上昇流、そして対流圏界面付近における外向きのアウトフローの循環である (Rotunno and Emanuel, 1987 による 2 次元非静力学モデルでシミュレートされた理想的な



熱帯低気圧における 1, 2 次循環の結果は図 12 参照). 図 13(a), (b), (c) はそれぞれコントロールランにおける成熟期の 1 次循環と 2 次循環 (動径風と鉛直風) の接線平均した  $r - z$  面の図である. これからわかるように, 1 次循環では, 地表面付近の境界層上端で最大風速をとる構造をしている. また, この循環について傾度風バランスが近似的に成り立つことを示すのが図 14 である. 図 14(a) は成熟期における熱帯低気圧の気圧分布から計算した傾度風の分布 (カラー) と実際の接線平均風の分布 (等値線) である. ここで, モデルにおける傾度風  $V_g$  は,  $(r, z)$  面における気圧分布  $p(r, z)$  から

$$\frac{V_g^2}{r} + fV_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

を解くことで求められる. ここで,  $\rho$  は大気密度,  $f$  はコリオリパラメータであり, 今は一定である. また, 図 14(b) は接線平均風から傾度風を差し引いた値の分布を示している. つまり, 正值をとる領域は傾度風よりも強い接線平均風となっている領域である (このような状態を超傾度風という). これらの結果から, 本研究でシミュレートされた熱帯低気圧は, 近似的に傾度風バランスが成り立っており, 2 次元軸対称な熱帯低気圧と整合的な構造をしていることがわかる. 図 14(b) の地表面付近において広く負値の領域が存在している. これは地表面摩擦によるもので, この領域では先の傾度風バランスに摩擦による減速の効果を加えた関係でバランスしているため, 一般に傾度風より風は弱くなる. さらに, 2 次循環においても, 境界層付近で内向きのインフローが存在し, 壁雲域で上昇流, 上層でアウトフローという構造となっていることが見られる. 他の実験結果から得られる準定常状態の構造については, 図 15 が CD1.5, 図 16 が CE1.5, 図 17 が CE1.5CD1.5 における実験結果をそれぞれ表しており, 図の見方はそれぞれ図 11 と同じである.

さらに、成熟期に内部コア域で顕著な非軸対称性が見られることを示す。図 18 はコントロールランの準定常状態において高度およそ 1.2 km で見られるポテンシャル渦度 (PV) の非軸対称構造の例である。PV の接線平均アノマリーのうち、波数 3 型を取り出したものである。このように、熱帯低気圧の成熟期において、顕著な非軸対称性が見られる。

## 3.2 角運動量収支解析

本節では、(6) の角運動量方程式を用いて計算した、成熟期における熱帯低気圧の角運動量収支解析の結果を示す。ただし、各分布は数値モデルにおける計算時間が 240 - 250 時間の平均分布である。図 19 はコントロールランの成熟期における軸対称成分による加減速「FLXM」と乱流混合による加減速「Turb」、そして非軸対称成分による加減速「FLXE」の  $r - z$  面の分布である。正領域がそれぞれの成分について、角運動量 (すなわち、最大強度) に加速の寄与を示す領域である。一方、負領域は角運動量に減速の寄与を示す領域である。また、図中の黒線は各高度における接線軸対称風の最大値をとる半径である。熱帯低気圧の最大風速をとる領域について見てみると、軸対称成分については、加速の寄与を示すことがわかる。これは、2 次元軸対称モデルにおいても表現されている効果である。すなわち、遠方から角運動量を内向きに輸送し、内側に対して角運動量の正の寄与を示すものである。また、乱流混合については、境界層付近で全体的に負の効果を与えていることがわかる。これは、乱流混合の効果として地表面摩擦も含まれているため、この効果による角運動量の減速を意味している。非軸対称成分については、軸対称成分による加速が顕著な領域で逆に減速に寄与していることがわかる。この他の実験

における解析結果は CD1.5 の結果が図 20, CE1.5 の結果が図 21, CE1.5CD1.5 の結果が図 22 であり, いずれの結果についても最大風速をとる領域で, 軸対称成分 FLXM は加速, 乱流過程 Turb は減速, 非軸対称成分 FLXE は減速に寄与していることがわかる. これらの結果は Wang (2002b) や Yang et al. (2007) の 3 次元静力学モデルの結果と整合的である.

さらに, 内部コア域における FLXM の加速の最大値と FLXE の減速の最大値が熱帯低気圧の最大強度とどのような関係をもつかということ調べた. 表 3 は熱帯低気圧の内部コア領域における 240 - 250 時間平均した FLXM による加速の最大値と FLXE による減速の最大値を各実験について示したものである. ここで, 熱帯低気圧の内部コア領域は Wang (2002a,b) の定義にならい, 水平方向には中心から 100 km, 鉛直方向には 4 km までと定義した. この表からまずわかることは, FLXM の加速の最大値および, FLXE の減速の最大値はともに最大風速が大きくなるとともに増加傾向にあるということである. また, FLXE と FLXM の比をみると, およそ 10 % 程度となっており, これは非軸対称成分による減速の効果が軸対称成分の加速の効果に比べて 1 オーダー小さいということを示している. さらに, その比であるが, 最大風速が大きくなるとともに大きくなっていることがわかる. これは, 最大強度の強い熱帯低気圧ほど非軸対称成分の効果が角運動量 (接線平均風) に大きな減速を引き起こすことを意味し, 非軸対称成分の寄与が無視できなくなっていることを示唆している. また, 図には示さないがいずれの実験においても, FLXE の寄与のうち, 最大風速半径と同一領域で角運動量について減速の寄与を示すのは

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{u'v'})$$

で表現される非軸対称成分の角運動量フラックスの水平発散による減速の効果であり, この領域より少し内側で減速の寄与を示すのは

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (r \rho_0 \overline{w'v'})$$

で表現される非軸対称成分の角運動量フラックスの鉛直発散による減速の効果であった.

### 3.3 エネルギー収支解析

本節では, (12) のエネルギー方程式の各項について, 成熟期における熱帯低気圧の運動エネルギー収支解析の結果を示す. 図 23 (a)-(e) はコントロールランの成熟期における 240 - 250 時間平均した各過程の分布である. それぞれ, (a) は平均流による擾乱のエネルギーフラックス収束 (FDM), (b) は擾乱による擾乱のエネルギーフラックス収束 (FDE), (c) は順圧過程による平均流からのエネルギー変換 (BTC), (d) は傾圧過程による平均流からのエネルギー変換 (BCC), (e) は擾乱の運動エネルギーへの擾乱のポテンシャルエネルギーの変換 (PTC) を表す. ただし, (f) については, 非軸対称風の運動エネルギー  $\overline{K'}$  の分布を表したものであることに注意. (f) において,  $\overline{K'}$  の分布を見ると, 前節の角運動量収支解析で非軸対称成分が減速に寄与している部分に対応して, 運動エネルギーが最大値をとる領域が下層に存在していることがわかる.

まず, FDM と FDE, つまり  $\overline{K'}$  の軸対称風と非軸対称風による移流の効果であるが, 軸対称風による移流についてみると,  $\overline{K'}$  のシンクとなっていることがわかる. これは, 軸対称なインフローによって, 最大風速半径付近で供給される非軸対

称運動エネルギーが内側に輸送されることを意味している。それに対応するように、シンクとなっている領域に近接するすぐ内側で逆に  $\overline{K'}$  のソースとして寄与していることがわかる。また、非軸対称風によるエネルギーの移流の分布であるが、これを見る限り、 $\overline{K'}$  への寄与は若干シンクとして働いているようではあるが、その寄与はほとんどないことがわかる。これは軸対称流による移流に比べて  $\overline{K'}$  を移流する移流速度がそもそも小さいためである。次に、非軸対称成分のポテンシャルエネルギーからの変換による寄与であるが、明らかにポテンシャルエネルギー変換は  $\overline{K'}$  のソースとなっていることがわかる。同様に、 $\overline{K'}$  が最大値をとる領域で、傾圧過程によるエネルギー変換の寄与が  $\overline{K'}$  に対するソースとして作用していることがわかる。以上の結果は Wang (2002a) で得られた結果と整合的である。しかし、順圧過程によるエネルギー変換の寄与については少し異なった結果が得られた。本研究の結果から、順圧過程についても  $\overline{K'}$  についての主要なソースとなっていることがわかる。Wang (2002a) では、この効果について逆センスの結果が得られており、順圧過程は  $\overline{K'}$  についての主要なシンクであると述べている。そこで、順圧過程の各プロセスをさらに詳細に解析するために、BTCA (順圧過程のうち、軸対称接線風による項)、BTCL (順圧過程のうち、軸対称動径風による項) に分離する。また、Wang (2002a) と同様に、傾圧過程についても、BCCA (傾圧過程のうち、軸対称接線風による項)、BCCR (傾圧過程のうち、軸対称動径風による項) に分離し、それぞれの  $\overline{K'}$  への寄与を調べる。コントロールランについてのこの結果を示したものが、図 24 であり、(a) が接線風順圧過程 (BTCA)、(b) が動径風順圧過程 (BTCL)、(c) が接線風傾圧過程 (BCCA)、(d) が動径風傾圧過程 (BCCR) である。すると、順圧過程における軸対称風の各項の正負分布については Wang (2002a) とほぼ同じ結

果となることがわかった。ただし、その大きさが少し異なり、非軸対称成分のエネルギーが生成される領域における Wang (2002a) の順圧過程での結果は

軸対称動径風の効果 < 軸対称接線風の効果

であるのに対し、本研究での寄与の大きさは、

軸対称動径風の効果 > 軸対称接線風の効果

という関係になっていることがわかる。つまり、正の寄与と負の寄与の大きさが逆転しているため、これらが足し合わされると、先行研究と逆センスになってしまうことがわかる。さらに、他の実験の解析結果については、CD1.5 は図 25 および、図 26、CE1.5 は図 27 および、図 28、CE1.5CD1.5 は図 29 および、図 30 である。いずれの結果についても CTL と同様の傾向が見られる。これらの実験間で比較すると、CD1.5 の場合は  $\overline{K^2}$  の大きさが他と比較してそれほど顕著ではなく、各ソース項やシンク項の大きさもそれほど大きな値をとっていないことがわかる。さらに、コントロールランと CE1.5CD1.5 の場合を比較すると、最大強度が同程度であるにも関わらず、CE1.5CD1.5 の方が  $\overline{K^2}$  が大きな値で分布しており、このエネルギーを維持するためにソース、シンクの各項も大きな値で分布していることがわかる。

以上から、シミュレートされた熱帯低気圧の内部コアにおける非軸対称成分はポテンシャルエネルギーの運動エネルギーへの変換と傾圧過程および、順圧過程によるエネルギー変換（特に軸対称動径風によるエネルギー変換）によってエネルギーが供給されており、それを軸対称風、非軸対称風によるエネルギーの移流といったプロセスが周囲にエネルギーを輸送することでシンクとして働いているということが明らかとなった。ただし、Wang (2002a) の結果と異なり、順圧過程もソースと

して働く物理的なメカニズムに関しては今後の研究の課題である。

### 3.4 渦ロスビー波の検出

Wang (2002a,b) や Yang et al. (2007) は、熱帯低気圧の内部コアにおける非対称構造の時間変化を、渦ロスビー波の伝播で説明できると主張している。渦ロスビー波とは、軸対称平均流の中に組み込まれた擾乱成分の伝播特性がロスビー波のような挙動を示すことから提案された概念である。ここでは、本研究でシミュレートされた内部コアでの非軸対称成分が渦ロスビー波のような接線方向に高速で伝播する挙動を示すかを調べ、その伝播特性と理論モデルから得られる伝播特性を比較し、3次元非静力学モデルにおける内部コアでの非軸対称成分が、理論モデルと同様の伝播特性を有することを示す。

まず、本研究でシミュレートされた熱帯低気圧の内部コア域における非軸対称成分が渦ロスビー波の伝播であることを示す。図 31 はコントロールランの高度約 1.2 km における PV の接線平均からのアノマリーで見た、各波数成分の最大風速半径付近での接線 時間断面図である。図は左から波数 1, 2, 3 型の PV アノマリーを示しており、縦軸は時刻、横軸は接線方向の方位角を表し、反時計回りを正としてとっている。同様に、図 32 は各波数の振幅の実数値をプロットした動径方向 時間断面図であり、縦軸は先と同様に時刻、横軸は中心からの距離を表す。さらに、図 33 は振幅の絶対値の 2 乗を動径方向の時系列としてプロットしたものである。これらからわかることは、波数 1 の波については接線方向に伝播する速度は非常に遅く、ほぼ定在波のような振る舞いを示していることがわかる。一方、波数 2, 3 型の波は非常に速い速度で反時計回り（軸対称接線風と同じ向き回り）に

伝播していることがわかる。また、動径方向について見ると、最大風速半径となる半径 40 km 付近で顕著な波の振幅を確認することができ、その波は時間とともに熱帯低気圧の外側に伝播していることがわかる。また、その伝播速度も波数によって異なることがわかる。動径方向の波のパワーから波数 3 型が卓越する非軸対称構造をしていることがわかる。また、この波のパワーはほとんど同一の場所にとどまっていることも伺える。このような結果から、本研究においてシミュレートされた熱帯低気圧の内部コア域では、渦ロスビー波のような挙動を示す非軸対称成分が発生しているということを定性的に述べることができる。特に、渦ロスビー波の特徴である軸対称接線風と同一接線方向への高速な波の伝播は波数 2, 3 で顕著に見られる。また、図 34 は CD1.5 における各波数成分の最大風速半径付近での時系列図、図 35 は各波数の振幅の実部を動径方向にプロットした時系列図、図 36 は振幅の絶対値の 2 乗を動径方向の時系列としてプロットしたものであり、図の見方は先と同様である。この実験では、波数 1, 2, 3 型いずれについても軸対称風と同一接線方向に波が伝播していることがわかり、渦ロスビー波の挙動を示していることがわかる。また、振幅は波数 1 型がもっとも卓越しており、そのピークの場所はコントロールランと同様に時間変化は顕著に見られない。さらに、波数 1, 2 型の振幅は最大風速半径付近と外側にもう 1 つ存在していることがわかる。図 37 は CE1.5 における PV の接線平均からのアノマリーで見た、各波数成分の最大風速半径付近での時系列図、図 38 は各波数の振幅の実部を動径方向にプロットした時系列図、図 39 は振幅の絶対値の 2 乗を動径方向の時系列としてプロットしたものである。接線方向、動径方向の波の挙動は先と同様であるが、この実験では波数 1, 2, 3 のいずれも顕著な振幅が見られる。また、その顕著な振幅は時間とともに変化してい



ることも見られる。図 40 は CE1.5CD1.5 における PV の接線平均からのアノマリーで見た、各波数成分の最大風速半径付近での時系列図、図 41 は各波数の振幅を動径方向にプロットした時系列図、図 42 は振幅の絶対値の 2 乗を動径方向の時系列としてプロットしたものである。これらの図からわかることは、接線、動径方向の波の挙動は他の実験とほぼ同様である。しかし、今回はいずれの波数の波も接線方向の伝播速度が少し他の実験での波より遅いことが伺える。以上のことから、本研究でシミュレートされた熱帯低気圧の内部コアにおける非軸対称成分は定性的に見ると、渦ロスビー波のような伝播特性を有していることがわかった。

次に、これらの時系列図からモデルにおいてシミュレートされた非軸対称成分の伝播速度と、浅水モデルによって定式化された MK97 の渦ロスビー波の分散関係から得られる伝播速度を比較する。比較に用いた式は (15) である。またこの理論値の計算には、本モデルでシミュレートされた熱帯低気圧の内部コアで得られる値を用いる。CTL における理論式からの伝播速度とモデルの結果から得られる伝播速度を比較したのが表 4 である (単位はすべて  $\text{ms}^{-1}$ )。図 31 より、波数 2, 3 型について平均的な接線位相速度  $C_{p\theta}$  はおよそ  $70 \text{ ms}^{-1}$  であり、波数 2, 3 型は少し理論値の方が過大評価している。また、波数 1 型については、定在波のような振る舞いを示しているため、理論値との一致は見られない。図 32 から見積もられる動径方向の位相速度  $C_{pr}$  については、波数 2 型は  $30 \text{ ms}^{-1}$ 、波数 3 型は  $70 \text{ ms}^{-1}$  程度の位相速度となった。これはいずれも理論値の方が少し過小評価をしているが概ね一致している。波数 1 型については動径方向の伝播はみられなかった。また、動径方向の群速度については、理論値の速度が非常に遅いため、比較できなかった。CD1.5 における理論式からの伝播速度は表 5 に示す。図 34 を見ると、接線方向の位相速

度に関しては、波数 1, 2, 3 型についてそれぞれ、43, 23, 21  $\text{ms}^{-1}$  であり、理論値の 1/2 程度の大きさとなった。動径方向の位相速度に関しては、図 35 から、波数 1, 2, 3 型について、実測が 15, 17, 30  $\text{ms}^{-1}$  であるのに対し、表 5 から得られる理論値はいずれも 2 倍程度過大評価している。群速度については、いずれの波数でも比較できない。CE1.5 の場合は、理論式からの伝播速度は表 6 であり、接線方向の位相速度について、図 37 から、波数 1, 2, 3 型の実測値は 104, 70, 60  $\text{ms}^{-1}$  で、3 型で 2 倍程度、理論値の方が過大評価であった。動径方向の位相速度の実測値は図 38 から、波数 2, 3 のそれぞれについて、23, 46  $\text{ms}^{-1}$  と理論値が 2 倍程度過大評価であった。波数 1 については明確な評価ができなかった。CE1.5CD1.5 における理論式からの伝播速度は表 7 に示す。接線方向の位相速度の実測値は図 40 から、波数 1, 2, 3 型のそれぞれの値は 70, 28, 46  $\text{ms}^{-1}$  となる。これより、波数 1 型は理論値と同程度であるが、波数 2, 3 型は理論値が 2 倍以上過大評価している。また、動径方向の位相速度は図 41 から、波数 1, 2, 3 型については 8, 25, 56  $\text{ms}^{-1}$  と波数 1, 2 型については理論値と概ね一致している。群速度については CE1.5 と同様でほぼ伝播は確認できなかった。これらの結果を概して見ると、接線、動径方向の位相速度は理論と完全に一致しないものの概ね同程度の伝播速度の値となった。しかし、動径方向の群速度については、理論値がいずれの場合においても、非常に小さな値でモデルで得られる値と比較できるようなものではなかったということになる。

## 第4章 考察

### 4.1 角運動量解析

角運動量解析の結果、熱帯低気圧において接線平均風速が最大となる内部コア領域において、準定常状態で非軸対称成分は接線平均風を減速する方向に働いていることがわかった。2次元軸対称モデルでは軸対称成分によって角運動量を加速する効果と摩擦散逸による減速の効果のバランスで準定常状態が成り立っている、つまり、

$$FLXM = \text{Turb}$$

という関係が成り立つと考えられる。しかし、3次元モデルで表現することができる、非軸対称成分による角運動量の加減速の効果を見ると、最大風速をとなる領域において、

$$FLXM = FLXE + \text{Turb}$$

という関係が成り立つと考えられる。このとき、FLXEの大きさはFLXMの10%程度であるが、表3の結果からこの非軸対称成分による軸対称風の減速の効果には風速依存性が見られ、風速が大きくなるとともにFLXMとの比も大きくなっている。このことは、MPI理論において、非軸対称成分による効果が無視できない重要な要素であるということを示唆するものである。Yang et al. (2007)では、3次元モデルの最大強度が2次元モデルに比べて15%程度弱くなるという結論を導い

ており、これが非軸対称成分による影響であることを示唆している。本結果はこの研究を支持するものである。また、この非軸対称の効果は風速とともに強くなるという事実は、最大強度の強い熱帯低気圧ほど、軸対称バランスによるモデルの予測とは異なる可能性があるということを示唆している。

## 4.2 エネルギー解析

エネルギー解析の結果、熱帯低気圧の内部コア領域の最大風速半径付近に非常に大きな非軸対称成分による運動エネルギーが存在していた。これは、先の角運動量解析の結果得られた非軸対称成分による軸対称風の減速の寄与が大きい領域とほとんど一致している。この角運動量を減速させるプロセスとして考えられるのが、軸対称風のもつ運動エネルギーが力学的な過程によって非軸対称成分の運動エネルギーに変換されるという可能性である。つまり、軸対称風の運動エネルギーが変換され、非軸対称成分へ運動エネルギーが供給されると、その吸い取られた分だけ軸対称風の運動エネルギーは減ることになるという可能性が考えられる。非軸対称成分の運動エネルギーについての収支解析の結果、熱帯低気圧の内部コア領域に発生する非軸対称成分は、非軸対称成分のもつポテンシャルエネルギーの運動エネルギーへの変換と、傾圧、順圧過程のエネルギー変換による軸対称成分からの運動エネルギーの変換というプロセスによって運動エネルギーが供給されていることが明らかになった。したがって、角運動量が非軸対称成分によって減速するメカニズムは傾圧、順圧過程によって軸対称風の運動エネルギーが非軸対称風の運動エネルギーとして吸い取られることによって減速させられると考えることができる。ポテンシャルエネルギーの変換と傾圧過程によるエネルギー変換が非軸対称

運動エネルギーのソースとして働くことは Wang (2002a,b) の静力学モデルの結果と整合的であるが、順圧過程までソースとして働くという結果は一致しない。この理由として考えられるのが、順圧過程のうち、軸対称動径風による変換プロセスが、Wang (2002a,b) の結果より大きな値で作用しているため、本実験ではこのプロセスの卓越により、非軸対称成分の運動エネルギーのソースとして働いているのではないかと考えられる。なぜなら、BTCR (動径風による順圧過程) は軸対称な動径風によるインフローが大きくなるとそのソースとしての寄与が大きくなる。これは、(13) 式からも明らかであろう。今回は先行研究より大きなインフローで準定常な状態になったことから、BTCR の寄与が大きくなってしまい、非軸対称運動エネルギーにとってソースとなったと考えられる。これを正しいと仮定すると、最大強度が同程度の CTL と CE1.5CD1.5 における BTC プロセスの寄与の度合いが異なることも一部説明することができる。BTCR プロセスがインフローの強さに比例するのであれば、図 13 と図 16 の下層のインフローの強さを比較したとき、 $CTL < CE1.5CD1.5$  となっていることから、CE1.5CD1.5 の方が BTC による寄与が大きくなることは明らかであろう。これは次のようなことを示唆する。角運動量解析からは非軸対称成分による減速の寄与は最大強度と関係があるという結果が得られたが、エネルギーで見たときの非軸対称成分への寄与は必ずしも最大強度(接線平均風)にのみ依存するとは限らないということである。以上から、先行研究である Wang (2002a) と不整合な結果となった順圧過程によるエネルギー変換については、下層におけるインフローの強さの違いによって説明することができるであろう。

### 4.3 渦ロスビー波の伝播

MK97 における理論値との比較の結果、接線方向に高速に伝播する低波数の非軸対称性が渦ロスビー波の接線方向および、動径方向の位相速度とほぼ同程度の速度で伝播していることを示した。これにより、渦ロスビー波の伝播特性の中で接線、動径方向の位相速度については浅水モデルにおける伝播特性と同様であると考えることができる。この結果は先行研究における内部コアでの渦ロスビー波の伝播が熱帯低気圧の強度に影響を与えるという主張の正当性を支持する結果となったと考える。加えて、この理論によって説明される渦ロスビー波の伝播特性が、3次元非静力学モデルによってシミュレートされる熱帯低気圧の内部コア領域における非軸対称成分の振る舞いを記述するのに役立つ可能性があると考えられる。これは、熱帯低気圧の内部コア領域における力学構造や強度の変化を理解する上で重要な結果であると考えられる。ただし、この理論モデルで3次元密度成層大気における非軸対称成分の挙動をすべて記述できたわけではない。それは、動径方向の群速度の比較結果で顕著に現れている。群速度についてはいずれも理論値が非常に小さい値となり、3次元モデルのシミュレーション結果と比較することができなかった。この原因として考えられるのは、動径方向の波数の評価方法と軸対称成分のポテンシャル渦度の評価の問題であると考えられる。これらは、群速度の理論式 (15) の群速度を求めるための物理パラメータのうち、支配的となるパラメータである。MK97 で提唱されている動径方向の波数の理論式は浅水モデルにおける時間発展問題の際に得られている。その波数は時間依存性があり、時間に線形に減少する振る舞いを見せている。本研究ではこの理論式をそのまま動径方向の波数として適

用することができなかつたため、動径方向の波数に大きく依存する動径方向の群速度の理論値を正しく評価できなかつた可能性があげられる。これに加えて、MK97の理論モデルは浅水流体を仮定しており、分散関係の計算式で計算される PV はロスビーの PV であるため、ほぼ相対渦度の空間分布に依存する。一方、本研究では密度成層した 3 次元大気を扱っており、分散関係での計算に用いた PV はエルテルの PV であつた。そのため、相対渦度の空間分布に加えて、鉛直安定度の空間分布にも依存する（接線方向や動径方向の位相速度の計算においても、PV の評価をするが、これらの伝播速度において、PV の値は支配的ではない）。この理由から、群速度については比較ができなかつたものと考えられる。実際、Wu (2010) では、MK97 と同じ浅水流体の数値モデルを用いて渦ロスビー波の分散特性を調べたところ、群速度については理論値と合わないという結果が得られている。Wu (2010) の結果は渦ロスビー波の理論モデルについてはまだ改良の余地があるということを示唆している。

#### 4.4 今後の課題

エネルギー収支解析の結果、先行研究と整合的ではない結果が一部得られたことについて、定性的な解釈は得られたがさらに定量的な解析を進めなければならない。また、渦ロスビー波の動径方向の伝播特性についてもさらに詳細に調べる。非軸対称成分のポテンシャルエネルギーからのエネルギー変換 (PTC) によるエネルギーの生成と関連して、ポテンシャルエネルギーを考慮したエネルギー収支解析と PV の収支解析も今後行わなければならないであろう。なぜなら、これらは壁雲での非断熱加熱の非軸対称性と密接に関連しているためである。

## 第5章 まとめ

成熟期における熱帯低気圧の最大強度に対する非軸対称成分の寄与を定量的にみつめるために、名古屋大学地球水循環研究センターで開発された3次元非静力学モデル CReSS を用いて、成熟期における最大強度の異なる複数の熱帯低気圧についてのシミュレーションを行った。そのために、海面交換係数を変化させた4つの数値実験を行い、Bryan and Rotunno (2009b) の結果と整合的な、最大強度の熱帯低気圧をシミュレートした。それらの熱帯低気圧の成熟期において、内部コア領域で発生する非軸対称成分が熱帯低気圧の最大強度に与える効果を定量的に見積もるため、角運動量収支解析を行った。さらに、内部コア領域における非軸対称成分の維持プロセスを調べるため、エネルギー収支解析を行った。最後に、内部コア領域における非軸対称成分について、MK97 で示された渦ロスビー波の伝播に関する理論値と実際にモデルでシミュレートされた非軸対称成分の波の伝播特性について定量的に比較した。

### 5.1 角運動量収支

角運動量収支解析の結果、最大強度の異なる複数の熱帯低気圧の内部コア領域における最大風速半径付近で、いずれの実験の場合も非軸対称成分は軸対称風で定義した最大強度に対して減速させる効果を与えていることを示した。その非軸対



称成分による減速の寄与の大きさについては、軸対称成分の加速の寄与に対して、およそ 10 % 程度の大きさであることを示した。さらに、最大強度が強い実験の方が、その非軸対称成分の減速の寄与も大きくなることを示した。これは、非軸対称成分の角運動量への寄与が最大強度と関連しているということを示唆するものである。これらの結果から、最大強度の強い熱帯低気圧の強度を予測するには、2次元軸対称モデルで無視されている非軸対称成分が軸対称風に与える寄与を考慮しなければならないという結論が得られた。

## 5.2 エネルギー収支

非軸対称成分の水平運動エネルギーについての収支解析の結果、BTC(順圧過程による軸対称風の運動エネルギーから非軸対称風の運動エネルギーへの変換)とPTC(非軸対称成分のポテンシャルエネルギーからの変換)さらに、BCC(傾圧過程による軸対称風の運動エネルギーから非軸対称風の運動エネルギーへの変換)のプロセスが内部コア領域における非軸対称成分の運動エネルギーの主なソースとなっており、逆に FDM (軸対称風による運動エネルギーの移流) と FDE(軸対称風による運動エネルギーの移流) が主なシンクとして作用していることがわかった。これらの結果から、非軸対称成分による軸対称風の減速のメカニズムは、順圧、傾圧過程による軸対称風の運動エネルギーが非軸対称風の運動エネルギーに変換されることによって軸対称風が減速の寄与を受けるのであろうと考えられる。また、この収支解析の中で、BTC のソースとしての寄与という結果は先行研究である Wang (2002a) と異なるものであったが、それは BTC プロセスが軸対称インフローに依存する性質があり、先行研究より本研究の方がこのインフローが大きかった。

たためソースとして作用したと考えられる。

### 5.3 渦ロスビー波の伝播

MK97 によって示された浅水モデルにおける渦ロスビー波の伝播特性と本研究で得られた内部コアの非軸対称成分の伝播特性を、接線方向の位相速度、動径方向の位相速度、動径方向の群速度で比較したところ、接線方向および、動径方向の位相速度はどの実験においても概ね理論値と一致することを示した。しかし、動径方向の群速度については、理論値との一致を示すことができなかった。これは、MK97 における理論値の計算に必要な動径方向の波数の評価方法と軸対称成分のポテンシャル渦度をエルテルのポテンシャル渦度で見積もったことに原因があると考えられる。これらの物理パラメータは動径方向の群速度の理論式において支配的なパラメータである。この不一致の問題は理論モデルと同じ浅水流体系の数値モデルによる数値実験でも起こっており、理論モデルの改良が必要であることが示唆された。しかし、渦ロスビー波のもっともユニークな特徴である接線方向の高速な位相速度は理論とよい一致をみたと考えている。この結果から、本研究でシミュレートされた熱帯低気圧の内部コア領域において発生した非軸対称成分は渦ロスビー波の伝播で説明されることが示され、Wang (2002a,b) や Yang et al. (2007) の考察を正当化するものであるという結果が得られた。

# 謝辞

本論文の執筆および、本研究にあたり、その方針や内容に関して多くのご指導、討論を頂き、研究成果を発表する機会を多く与えて頂きました指導教員の坪木和久准教授に心より感謝致します。また、上田博教授には度重なる研究発表や発表練習において、本研究内容について多くのご指摘、ご討論を頂き、研究生活においても重要な助言を多く頂きました。篠田太郎助教には、研究内容や発表練習において、多くのご討論を頂き、またこれからの研究生活やモチベーションの持ち方など自分の研究人生にとって有益な助言を多く頂きました。

本研究の数値モデル初期値として与えた高層気象観測データは、独立行政法人海洋開発研究機構 (JAMSTEC) の海洋地球研究船「みらい」によって 2010 年、北西太平洋域で行われた「熱帯域における大気海洋相互作用に係る観測研究」における MR10-03 航海において取得されたデータを用いました。ここに観測関係者の方々に深くお礼を申し上げます。また、本研究における 3 次元非静力学数値モデルによる数値実験は、名古屋大学情報基盤センターのスーパーコンピュータ FX1 において行いました。なお、本論文中における他論文からの引用図を除くすべての図は、地球流体電脳倶楽部によって開発された Fortran ライブラリ (DCL;<http://www.gfd-dennou.org/library/dcl/>) を用いて作成いたしました。本研究の主な解析には、数値解析ライブラリ STPK (Version 0.8.9.10)(<http://www.gfd-dennou.org/arch/davis/stpk/>)

) を用いて行いました。

株式会社中電シーティーアイの榊原篤志氏には、非静力学モデル (CReSS) について多くの貴重な助言を頂きました。また、自分と同じ台風をテーマにした研究をされている他機関所属の方々には、学会、研究発表会の度に有益な討論、貴重なご意見を数多く頂きました。特に、国立台湾大学理学院の伊藤耕介氏、独立行政法人理化学研究所の宮本佳明氏、吉田龍二氏には、台風セミナーにおいて今後の研究方針について貴重な助言を頂きました。独立行政法人海洋開発研究機構の山田広幸氏、那須野智江氏には、台風の非対称性と自分の研究内容について多くのご意見を頂きました。気象庁気象研究所の山口宗彦氏には、渦ロスビー波の検出について重要な参考文献を紹介して頂き、貴重なコメントも頂きました。筑波大学大学院の相澤拓郎氏には、互いの研究内容や結果の考察などで多くのご討論をさせて頂きました。神戸大学大学院の高橋芳幸助教には、自身の研究内容やそれ以外の気象・気候力学に関して多くのご討論をさせて頂き、また数多くの貴重なご意見を頂きました。これらの皆様に感謝致します。

最後になりましたが、地球水循環研究センターの加藤雅也氏、吉岡真由美氏、前島康光氏には研究成果発表の度に多くの有益なご指摘を頂きました。同研究室の大東忠保特任助教、尾上万里子氏には、沖縄域での観測の際に大変お世話になりました。また、同研究室の日置智仁氏、瀨瀬丈晴氏、岡本宏樹氏、Lee Keun-Ok 氏には、研究室ゼミ発表や研究成果発表などで多くの有益なご質問、ご指摘を頂きました。同研究室の同輩である稲垣孝一氏、大河原聡氏、谷口智美氏、降旗竜飛氏、堀内征太郎氏には、研究室での生活や研究室内外での行事等で大変お世話になりました。ここに感謝致します。

## 参考文献

- 浅井冨雄, 武田喬男, 木村竜治, 1981: 大気科学講座 2 雲や降水を伴う大気. 東京大学出版会, 249 pp.
- Bister, M. and K. A. Emanuel, 1998: Dissipative heating and hurricane intensity. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **65**, 233–240.
- Bryan, G. H. and R. Rotunno, 2009a: The influence of near-surface, high-entropy air in hurricane eyes on maximum hurricane intensity. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 148–158.
- 2009b: The maximum intensity of tropical cyclones in axisymmetric numerical model simulations. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 1770–1789.
- 2009c: Evaluation of an analytical model for the maximum intensity of tropical cyclones. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 3042–3060.
- Corbosiero, K. L., J. Molinari, A. R. Aiyyer, and M. L. Black, 2006: The structure and evolution of hurricane Elena (1985). Part II: Convective asymmetries and evidence for vortex Rossby waves. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 3073–3091.

- Emanuel, K. A., 1986: An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part I: Steady-state maintenance. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 585–604.
- 1994: *Atmospheric Convection*. Oxford University Press, 580 pp.
- 1995a: The behavior of a simple hurricane model using a convective scheme based on subcloud-layer entropy equilibrium. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3960–3968.
- 1995b: Sensitivity of tropical cyclones to surface exchange coefficients and a revised steady-state model incorporating eye dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3969–3976.
- 2001: Effects of vertical wind shear on the intensity and structure of numerically simulated hurricanes. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 2249–2269.
- 2003: A similarity hypothesis for air-sea exchange at extreme wind speeds. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 1420–1428.
- 平岡和幸, 堀玄, 2004: *プログラミングのための線形代数*. オーム社, 355 pp.
- Holton, J. R., 2004: *An Introduction to Dynamic Meteorology. Fourth Edition*. Elsevier Academic Press, 535 pp.
- Houze, R. A. J., 2010: Review. Clouds in tropical cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **138**, 293–344.
- 石岡圭一, 2004: *スペクトル法による数値計算入門*. 東京大学出版会, 232 pp.
- 板野稔久, 2010: 渦ロスビー波. *天気*, 513–516.

- 伊藤耕介, 2011: 台風強度の再現性向上に関するアジョイント手法を用いた基礎的研究. 京都大学理学研究科博士論文, 141pp.
- Kossin, J. P., B. D. Mcnoldy, and W. H. Schubert, 2002: Vortical swirls in hurricane eye clouds. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 3144–3149.
- Kossin, J. P. and W. H. Schubert, 2004: Mesovortices in hurricane Isabel. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **85**, 151–153.
- Makin, V. K., 2005: A note on the drag of the sea surface at hurricane winds. *Boundary-Layer Meteorology.*, **115**, 169–176.
- 水野量, 2000: 応用気象学シリーズ 3 雲と雨の気象学. 朝倉書店, 196 pp.
- Montgomery, M. T. and R. J. Kallenbach, 1997: A theory for vortex Rossby waves and its application to spiral bands and intensity changes in hurricanes. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **123**, 435–465.
- 二宮洸三, 2000: 気象がわかる数と式. オーム社, 303 pp.
- 小倉義光, 1987: 気象力学通論. 東京大学出版会, 249 pp.
- 大関誠, 2006: 気象研究ノート 第 211 号 スペクトルモデル入門. 日本気象学会, 175 pp.
- Pedlosky, J., 1987: *Geophysical Fluid Dynamics. Second Edition*. Springer, 710 pp.
- Peng, M. S., B. F. Jeng, and R. T. Williams, 1999: A numerical study on tropical cyclone intensification. Part I: Beta effect and mean flow effect. *J.*

- Atmos. Sci.*, **56**, 1404–1423.
- Persing, J. and M. T. Montgomery, 2003: Hurricane superintensity. *J. Atmos. Sci.*, **60**, 2349–2371.
- Powell, M., P. Vickery, and T. Reinhold, 2003: Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. *Nature*, **422**, 279–283.
- Rotunno, R. and K. A. Emanuel, 1987: An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part II: Evolutionary study using a nonhydrostatic axisymmetric numerical model. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 542–561.
- Sawada, M. and T. Iwasaki, 2010: Impacts of evaporation from raindrops on tropical cyclones. Part I: evolution and axisymmetric structure. *J. Atmos. Sci.*, **67**, 71–83.
- Smith, R. A. and M. N. Rosenbluth, 1990: Algebraic instability of hollow electron columns and cylindrical vortices. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 649–652.
- Smith, R. K., M. T. Montgomery, and S. Vogl, 2008: A critique of Emanuel's hurricane model and potential intensity theory. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **134**, 551–561.
- 巽友正, 1982: 新物理学シリーズ 21 流体力学. 培風館, 453 pp.
- Toba, Y., N. Iida, H. Kawamura, N. Ebuchi, and I. S. F. Jones, 1990: Wave dependence of sea-surface wind stress. *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 705–721.



- Tsuboki, K. and A. Sakakibara, 2007: *Numerical Prediction of High-Impact Weather Systems.-The Textbook for Seventeenth IHP Training Course in 2007-*. HyARC, Nagoya University, 273 pp.
- Wang, Y., 2002a: Vortex Rossby waves in a numerically simulated tropical cyclone. Part I: Overall structure, potential vorticity, and kinetic energy budgets. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 1213–1238.
- 2002b: Vortex Rossby waves in a numerically simulated tropical cyclone. Part II: The role in tropical cyclone structure and intensity changes. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 1239–1262.
- Wang, Y. and C. C. Wu, 2004: Current understanding of tropical cyclone structure and intensity changes - a review. *Meteor. Atmos. Phys.*, **87**, 257–278.
- Wu, T. C., 2010: *Examining vortex Rossby wave (VRWs) dispersion relations with numerical experiments*. Ph.D. thesis, Univ. of Miami, 5 pp.
- Yang, B., Y. Wang, and B. Wang, 2007: The effect of internally generated inner-core asymmetries on tropical cyclone potential intensity. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 1165–1188.
- Zeng, Z., Y. Wang, and C. C. Wu, 2007: Environmental dynamical control of tropical cyclone intensity - An observational study. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 38–59.

Zhong, W., H. C. Lu, and D. L. Zhang, 2010: Mesoscale barotropic instability of vortex Rossby waves in tropical cyclones. *Adv. Atmos. Sci.*, **27**, 243–252.

# 付録

## 付録 A : Emanuel (1986) の理論

### モデルの基礎

Emanuel (1986) では, 理想化した成熟期における定常な 2 次元軸対称の理論モデルを構築した. 以下で, その理論のレビューを行う.

まず, 基本となる仮定は以下のとおりである.

- 境界層より上の自由大気は非粘性であり, 大気は熱力学的に可逆である.
- 静力学バランス, 傾度風バランスが成り立つ.
- 渦は斜向湿潤対流に対して中立である (境界層の大気が等角運動量面に沿って持ち上げられると, 浮力的に中立である).

この中で, 斜向中立の仮定と可逆過程大気という仮定は, 境界層上端の飽和相当温位 ( $\theta_e^*$ ) が角運動量面に沿って一様であることを意味し,  $\theta_e$  が鉛直方向によく混合されているという仮定は, 境界層を横切る角運動量面で, 境界層上端の  $\theta_e$  が一定であることを示している. このモデルの構造は図 43 に示す. 実際に, この仮定がどの程度成り立つかを示すために, 本数値実験のコントロールランにおける準定常状態での接線平均した角運動量と飽和相当温位の  $r - z$  断面を図 44 に示す. この結果が示唆するように, Emanuel (1986) におけるこの仮定は 3 次元モデルにおける

準定常状態の熱帯低気圧においてよく成り立っていると考えることができる。単位質量あたりの角運動量  $M$  は

$$M \equiv rV + \frac{1}{2}fr^2 \quad (1)$$

で定義される。ここで、 $r$  は台風中心を原点とする円筒座標系において、動径方向の位置座標、 $f$  はコリオリパラメータ、 $V$  は接線方向の風速である。このモデルでは、境界層上端における、 $\theta_e^*$  のみ明確に規程している。成熟期の台風について、境界層で飽和したパーセルは角運動量面に沿って変位すると、中立浮力を受ける。しかし、実際の台風はいくらか正の浮力をもち、それは乱流混合の効果で表されなければならない。ただ、この効果は台風において、他の主なエネルギーより小さいとここでは考える。

### 境界層より上の構造

ここでは、先に行った仮定（静力学、傾度風バランス、斜向対流中立の仮定）から、境界層より上の大気において、風の場合（力学場）と飽和エントロピーの場合（熱力学場）を解析的につなげることができる。中立浮力状態を定義する際、凝結などの水蒸気の相変化の過程を無視すると、これらの仮定から、静力学平衡と傾度風の関係は、

$$\alpha \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_r = -g, \quad (2)$$

$$\alpha \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_z = \frac{V^2}{r} + fV = \frac{M^2}{r^3} - \frac{1}{4}f^2r \quad (3)$$

である。ここで、 $p$  は圧力、 $g$  は重力加速度、 $\alpha$  は比容である。(2) を用いると、(3) は次のように書き換えられる。

$$g \left( \frac{\partial z}{\partial r} \right)_p = \frac{M^2}{r^3} - \frac{1}{4} f^2 r. \quad (4)$$

また、(2) 式は下のよう書き換えられる。

$$g \left( \frac{\partial z}{\partial p} \right)_r = -\alpha. \quad (5)$$

(4), (5) から  $z$  を消去すると、

$$\frac{1}{r^3} \left( \frac{\partial M^2}{\partial p} \right)_r = - \left( \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_p \quad (6)$$

動径方向に温度風の関係式が得られる。可逆過程では、 $\alpha$  は状態変数  $p, s^*$  の関数として表現できる。ここで、 $s^*$  は湿潤エントロピーである。すると、状態方程式と熱力学第一法則から、

$$\left( \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_p = \left( \frac{\partial \alpha}{\partial s^*} \right)_p \left( \frac{\partial s^*}{\partial r} \right)_p \quad (7)$$

となる。さらに、マクスウェルの関係式の湿潤版から、温度を  $T$  とすると

$$\left( \frac{\partial \alpha}{\partial s^*} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*}$$

が成り立つので<sup>\*1</sup>、(7) 式は

$$\left( \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} \left( \frac{\partial s^*}{\partial r} \right)_p$$

<sup>\*1</sup>これは容易に示される。熱力学関係式より、

$$Tds^* = du + pd\alpha - Ldq^*$$

である。ここで、 $u, L, q^*$  はそれぞれ系の内部エネルギー、水蒸気の潜熱、飽和混合比である。また、湿潤エントロピー  $h^*$  は

$$dh^* = du + d(p\alpha) - Ldq^*$$

で定義されるので、これらの式から

$$dh^* = Tds^* + \alpha dp$$

となる。ゆえに, (6) 式は,

$$\frac{1}{r^3} \left( \frac{\partial M^2}{\partial p} \right)_r = - \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} \left( \frac{\partial s^*}{\partial r} \right)_p. \quad (8)$$

ここで, 境界層のパーセルが  $M$  面に沿って浮力中立であるという仮定は, 境界層から持ち上げられるパーセルの湿潤エントロピーが環境場の飽和エントロピーに等しいということと等価であるということを用いると, 飽和湿潤エントロピーは(水蒸気の相変化を無視すると, )  $M$  面に沿って変化しないということになる。よって,  $s^*$  は  $M$  のみの関数となるので, (8) 式は

$$\frac{1}{r^3} \left( \frac{\partial M^2}{\partial p} \right)_r = - \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} \left( \frac{\partial s^*}{\partial M} \right)_p \left( \frac{\partial M}{\partial r} \right)_p = - \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} \frac{ds^*}{dM} \left( \frac{\partial M}{\partial r} \right)_p \quad (9)$$

となる。上式左辺は

$$\frac{1}{r^3} \left( \frac{\partial M^2}{\partial p} \right)_r = \frac{2M}{r^3} \left( \frac{\partial M}{\partial p} \right)_r = - \frac{2M}{r^3} \left( \frac{\partial M}{\partial r} \right)_p \left( \frac{\partial r}{\partial p} \right)_M$$

となるので, (9) について,  $\left( \frac{\partial M}{\partial r} \right)_p$  で除して整理すると,

$$\left( \frac{\partial r}{\partial p} \right)_M = \frac{r^3}{2M} \frac{ds^*}{dM} \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} \quad (10)$$

という,  $M$  面の空間方向の傾斜を表す式が得られる。この式を  $M(s^*)$  面に沿って上向きに積分すると,

$$\int \frac{1}{r^3} \left( \frac{\partial r}{\partial p} \right)_M dp = \frac{1}{2M} \frac{ds^*}{dM} \int \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*} dp$$

が成り立つ。  $h^*$  は状態変数であるので, 上式から

$$\left( \frac{\partial h^*}{\partial s^*} \right)_p = T, \quad \left( \frac{\partial h^*}{\partial p} \right)_{s^*} = \alpha$$

となる。第 1 式を  $p$  で, 第 2 式を  $s^*$  で微分すると,

$$\left( \frac{\partial \alpha}{\partial s^*} \right)_p = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_{s^*}$$

が得られる。

$$\begin{aligned} &\Rightarrow -\frac{1}{2} \int d\left(\frac{1}{r^2}\right) = \frac{1}{2M} \frac{ds^*}{dM} \int dT \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \Big|_M &= -\frac{1}{2M} \frac{ds^*}{dM} (T - T_{out}(s^*)) \end{aligned}$$

となるから,

$$r^2 \Big|_M = \frac{M}{-\frac{ds^*}{dM} (T - T_{out}(s^*))} \quad (11)$$

が得られる. ここで,  $T_{out}$  は  $s^*(M)$  のみの関数となる積分定数である.  $T \rightarrow T_{out}$  のとき,  $r_M \rightarrow \infty$  となるので, この  $T_{out}$  は上層のアウトフローでの温度を表していると解釈することができる. つまり, この温度はパーセルが台風の中心付近から外向きに吹き出されたときに  $M$  面に沿ってもつ温度に等しい. 上式が, 角運動量とエントロピーの  $r - T$  空間での構造を示す式となる. 境界層の上端を  $z = h$  とすると, 境界層上端に沿って (11) 式は

$$-r^2 \frac{ds^*}{dM} (T_B - T_{out}) = M \quad (12)$$

となる. ここで,  $T_B$  は境界層上端での温度である. これに,  $\left(\frac{\partial M}{\partial r}\right)_p$  をかけると,

$$\begin{aligned} -r^2 \frac{ds^*}{dM} \left(\frac{\partial M}{\partial r}\right)_p (T_B - T_{out}) &= M \left(\frac{\partial M}{\partial r}\right)_p \\ \Rightarrow -r^2 \left(\frac{\partial s^*}{\partial r}\right)_p (T_B - T_{out}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M^2}{\partial r}\right)_p \end{aligned} \quad (13)$$

となる.

すると, 傾度風の式 (3) と上式から圧力と湿潤エントロピーの関係が得られる. まず, 境界層上端で飽和湿潤エントロピーが境界層の湿潤エントロピーと等しいという仮定を用いると,  $z = h$  において,

$$s^* = C_p \ln \theta_e \quad (14)$$

であり、エクスナー関数

$$\pi = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{R/C_p} \quad (15)$$

を用いると、傾度風の式は

$$M^2 = r^3 \left[ C_p T_B \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{1}{4} f^2 r \right] \quad (16)$$

となる<sup>\*2</sup>。ここで、 $p_0$  は基準気圧、 $R, C_p$  はそれぞれ大気的气体定数と定圧比熱である。この式と (14) 式を (13) 式に代入すると、

$$-r^2 \left( C_p \frac{\partial}{\partial r} (\ln \theta_e) \right)_p (T_B - T_{out}) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ C_p T_B r^3 \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{1}{4} f^2 r^4 \right]$$

となる。観測から、境界層上端での温度は動径方向に一様であると仮定すると、

$$-r^2 \left( C_p \frac{\partial}{\partial r} (\ln \theta_e) \right)_p (T_B - T_{out}) = C_p T_B r^2 \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{r^2}{2} C_p T_B \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) \right\} + \frac{1}{2} f^2 r^3$$

から<sup>\*3</sup>、

$$-\frac{(T_B - T_{out})}{T_B} \frac{\partial}{\partial r} (\ln \theta_e) = \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) \right\} + \frac{1}{2} \frac{f^2 r}{C_p T_B}, \quad z = h \quad (17)$$

が得られる。これを  $z = h$  で、 $r$  について積分すると、 $T_B$  は  $r$  方向に一定であるので、

$$-\int_{r=r_0}^r \frac{(T_B - T_{out})}{T_B} \frac{\partial}{\partial r} (\ln \theta_e) dr = \ln \frac{\pi}{\pi_a} + \frac{1}{2} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) - r_0 \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi_a) \right\} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2)$$

<sup>\*2</sup>気圧傾度力をエクスナー関数で表すと、

$$\alpha \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{RT}{p} \frac{\partial}{\partial r} (p_0 \pi^{C_p/R}) = \frac{RT p_0}{p} \frac{C_p}{R} \pi^{C_p/R-1} \frac{\partial \pi}{\partial r} = C_p T \pi^{-1} \frac{\partial \pi}{\partial r} = C_p T_B \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi)$$

となる。今、境界層上端を考えているので、温度は境界層上端の温度  $T_B$  に等しい。

<sup>\*3</sup>右辺第 1,2 項は、 $f$  を  $r$  についての関数  $f(r)$  としたとき、

$$\frac{\partial}{\partial r} \{ r^3 f(r) \} = \frac{\partial}{\partial r} \{ [r^2] [r f(r)] \} = 2r^2 f(r) + r^2 \frac{\partial}{\partial r} [r f(r)]$$

という式変形から得られるものである。



となる。ここで、添字に  $a$  がつくものは環境場の変数であり、 $r_0$  は水平方向に状態変数の変化がほぼ無視できるほど台風の中心からはなれた距離を表す<sup>\*4</sup>。すると、

$$\frac{\partial}{\partial r}(\ln \pi_a) \Big|_{r=r_0} = 0 \text{ なので, 上式は}$$

$$- \int_{r=r_0}^r \frac{(T_B - T_{out})}{T_B} \frac{\partial}{\partial r}(\ln \theta_e) dr = \ln \frac{\pi}{\pi_a} + \frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r}(\ln \pi) + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2), \quad z = h$$

となる。さらに、左辺について、 $T_{out} = T_{out}(r)$  であるので、

$$\int_{r=r_0(\theta_e=\theta_{ea})}^{r(\theta_e)} \frac{(T_B - T_{out})}{T_B} \frac{\partial}{\partial r}(\ln \theta_e) dr = \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} - \frac{1}{T_B} \int_{\theta_e=\theta_{ea}}^{\theta_e} T_{out} d \ln \theta_e \quad (18)$$

となる。ここで、

$$\bar{T}_{out} \equiv \frac{1}{\ln \theta_e^* / \theta_{ea}} \int_{\theta_e=\theta_{ea}}^{\theta_e} T_{out} d \ln \theta_e^*$$

という飽和相当温位で重み付けされたアウトフローの平均温度を定義すると、(18)

式は

$$(18) = \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} \quad (19)$$

となる。ここで、 $\bar{T}_{out}$  について、境界層上端を通過する角運動量面については、

$\theta_e = \theta_e^*$  であるということを用いた。すると、この結果から (17) は

$$- \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} = \ln \frac{\pi}{\pi_a} + \frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r}(\ln \pi) + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2), \quad z = h \quad (20)$$

となる。さらに、上式の両辺に  $r$  をかけ、 $\pi_a$  が動径方向に依存しないことと、

$$2r \ln \frac{\pi}{\pi_a} + r^2 \frac{\partial}{\partial r}(\ln \pi) = \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \ln \frac{\pi}{\pi_a} \right]$$

という数学での関係を用いると、(20) 式は

$$-2r \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \ln \frac{\pi}{\pi_a} \right] + \frac{r}{2} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2), \quad z = h \quad (21)$$

<sup>\*4</sup>Emanuel (1986) はこの半径を”large radii”と表記しており、これは海面付近での台風の半径方向の広がりを表すパラメータとして用いることができるとしている。

となる。この式について、 $r = 0$  から外側に積分すると、

$$-2 \int_0^r \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} r' dr' = \left[ r^2 \ln \frac{\pi}{\pi_a} \right] + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} \left( \frac{r^4}{2} - r_0^2 r^2 \right), \quad z = h$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\pi}{\pi_a} = -\frac{2}{r^2} \int_0^r \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} r' dr' + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} \left( r_0^2 - \frac{r^2}{2} \right), \quad z = h \quad (22)$$

が得られる。 $r_0$  の定義より、 $r = r_0$  で  $\pi = \pi_a$  であるため、上式は  $r = r_0$  において

$$r_0^2 = \frac{16 C_p T_B}{f^2 r_0^2} \int_0^{r_0} \frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} r' dr', \quad z = h \quad (23)$$

となる。これが、熱帯低気圧の大きさの指標となるパラメータである。

## 地表面気圧

次に、熱帯低気圧の地表面中心気圧についての考察を行う。(20) は  $r = 0$  について

$$\ln \frac{\pi_c}{\pi_a} = -\frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_{ec}}{\theta_{ea}} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2, \quad z = h \quad (24)$$

が成り立ち、 $\pi_c$  が熱帯低気圧の境界層上端における中心気圧を表す。 $\theta_{ec}$  はその点での相当温位である。次に、混合層上端から接地層上端まで鉛直方向に  $\theta_e$  は一様であるとする。すると、地表面での相当温位  $\theta_{es}$  との間に  $\theta_e|_{z=h} = \theta_{es}$  という関係が成り立つ。ここで、 $\theta_e$  の定義から、

$$\ln \theta_e|_{z=h} = \ln \theta_{es} = \ln T_s - \ln \pi_s + \left( \frac{Lq}{C_p T} \right)_s \quad (25)$$

である。ここで、 $T, L, q$  はそれぞれ温度、潜熱、水蒸気混合比であり、添字  $s$  は地表面（正確には接地層上端）での値を示す。 $T_s$  は  $r$  方向に一様とする。また、 $r = r_0$  での相当温位についても、境界層内で相当温位が鉛直方向に一様であるという仮定

から,

$$\ln \theta_{ea}|_{z=h} = \ln \theta_{ea} = \ln T_s + \left( \frac{Lq_a}{C_p T} \right)_s$$

となる. ここで, エクスナー関数の基準気圧は  $r = r_0$  での値を採用すると,  $\ln \pi_{as} = 0$

となることを用いた. この式と (25) から,  $\ln T_s$  を消去すると,

$$\ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} \Big|_{z=h} = -\ln \pi_s + \frac{L}{C_p T} (q - q_a)_s$$

となる. ここで,  $\pi_{sa}$  は  $r = r_0$  における地表面気圧である.  $q$  を相対湿度 RH で表記すると,

$$\ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} \Big|_{z=h} = -\ln \pi_s + \frac{L}{C_p T_s} (q^* \text{RH} - q_a^* \text{RH}_a)_s \quad (26)$$

となる. ここで, アスタリスクは飽和を表す. 地球大気において, 混合比と比湿がほぼ同程度の値をとるという事実を用いると, 上の  $q$  は比湿に置き換えることができる. 飽和比湿の定義式:

$$q^* = \epsilon \frac{e(T)}{p}$$

から, 地表面で温度  $T_s$  で一定の場合, 地表面の任意の位置における飽和比湿  $q^*$  と  $r = r_0$  での飽和比湿  $q_a^*$  の関係は飽和水蒸気圧が温度のみの関数であることから,

$$q^* p = \epsilon e(T_s) = q_a^* p_0$$

となる. ここで,  $e(T)$  は飽和水蒸気圧,  $\epsilon$  は大気と水蒸気の分子量比である. すると, 上式から

$$q^* = q_a^* \frac{p_0}{p} = q_a^* \pi_s^{-C_p/R} \approx q_a^* \left[ 1 - \frac{C_p}{R} \ln \pi_s \right]$$

が得られる. ここで,

$$\pi_s = 1 + x, \quad (x \ll 1)$$

とすると,

$$\ln \pi_s \approx x, \quad \text{かつ,} \quad \pi_s^{-C_p/R} = (1+x)^{-C_p/R} \approx 1 - \frac{C_p}{R}x$$

から,

$$\pi_s^{-C_p/R} \approx 1 - \frac{C_p}{R} \ln \pi_s$$

という近似式を用いた. この式を (26) に代入すると,

$$\ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} \Big|_{z=h} \approx -\ln \pi_s \left[ 1 + \frac{Lq_a^* \text{RH}_s}{RT_s} \right] + \frac{Lq_a^*}{C_p T} (\text{RH} - \text{RH}_a)_s \quad (27)$$

という接地層 (地表面) での相対湿度と相当温位と気圧の関係が得られる. ところ

で, 静力学の関係から, 地表面での任意の  $r$  と  $r = r_0$  において,

$$\frac{\partial}{\partial z} (\ln p) = -\frac{g}{RT_s(r)}, \quad \frac{\partial}{\partial z} (\ln p_a) = -\frac{g}{RT_s(r = r_0)}$$

がそれぞれ成り立つ. 今, 境界層内では, 温度が動径方向にほぼ一様であると仮定

されるので, 上式から  $T(r) = T(r_0)$  を消去し,

$$\frac{\partial}{\partial z} \{ \ln p - \ln p_a \} = 0$$

が得られる. これを地表面 ( $z = 0$ ) から境界層上端 ( $z = h$ ) まで積分すると,

$$\left\{ \ln \frac{p(z=h)}{p_s} - \ln \frac{p_a(z=h)}{p_{as}} \right\} = 0$$

となる. これをエクスター関数で記述すると, 基準気圧が  $r = r_0$  の地表面でとられ

ているので,  $\ln \pi_{as} = 0$  に注意すると,

$$\left( \ln \frac{\pi}{\pi_a} \right) \Big|_{z=h} = \ln \pi_s \quad (28)$$

という静力学関係式が得られる。これは中心についても適用され、

$$\left( \ln \frac{\pi_c}{\pi_a} \right) \Big|_{z=h} = \ln \pi_{cs}$$

となる。これを (24) 式に代入すると、

$$\ln \pi_{cs} = -\frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \ln \frac{\theta_{ec}}{\theta_{ea}} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2, \quad z = h.$$

さらに、(27) が  $r = 0$  のときの値を上式に代入して、

$$\ln \pi_{cs} \approx -\frac{(T_B - \bar{T}_{out})}{T_B} \left[ -\ln \pi_{cs} \left[ 1 + \frac{Lq_a^* RH_{cs}}{RT_s} \right] + \frac{Lq_a^*}{C_p T_s} (RH_{cs} - RH_{as}) \right] + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2, \quad z = h.$$

が得られる。これを  $\pi_{cs}$  について解くと、

$$\ln \pi_{cs} \approx \frac{-\frac{T_B - \bar{T}_{out}}{T_B} \left[ \frac{Lq_a^*}{C_p T_s} (RH_{cs} - RH_{as}) \right] + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2}{1 - \frac{T_B - \bar{T}_{out}}{T_B} \left[ 1 + \frac{Lq_a^* RH_{cs}}{RT_s} \right]}, \quad z = h. \quad (29)$$

が得られる。この式が熱帯低気圧の地表面中心気圧を予測する関係式である。

## 境界層

ここでは、境界層での海面交換過程から熱帯低気圧の最大強度についての関係式を導出する。本節で用いる境界層のクロージャーは、Ooyama (1969) で提唱されているものを用いる。深さ  $h$  の乱流境界層の中で鉛直に充分混合している保存量  $c$  の保存式を考える。定常な軸対称の流れについて、物理量  $c$  の反応速度式は

$$u \frac{\partial c}{\partial r} = -\frac{\partial \tau_c}{\partial z} \quad (30)$$

と表記される。ここで、 $u$  は動径方向の速度、 $\tau_c$  は平均場を除く乱流過程による  $c$  の鉛直フラックスである。今、非弾性流体における連続の式は

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r w) = 0 \quad (31)$$

である。ここで、 $\rho$  は大気の密度、 $w$  は鉛直速度である。このとき、速度場  $u, w$  は上の連続の式を満たすような 1 つの関数  $\psi$  を用いて、

$$u = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r\rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (32)$$

と表記することができる。このとき、 $\psi$  は質量流線関数である。これを (30) に代入すると、

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial c}{\partial r} = r\rho \frac{\partial \tau_c}{\partial z} \quad (33)$$

となる。密度の変動は境界層の中で微小であり、 $c$  は  $z$  について一定であると仮定されるので、(33) 式を  $z$  方向に積分すると、

$$\psi \frac{\partial c}{\partial r} \Big|_{z=h} = r\rho_0 [\tau_c|_{z=h} - \tau_c|_{z=0}] \quad (34)$$

が得られる。ここで、 $\psi(r, z=0) = 0$  という境界条件を設定した。また、 $\rho_0$  は境界層での密度である。境界層上端で鉛直フラックス  $\tau_c$  は微小として無視する。このとき、2 つの保存量  $M, s$  (角運動量と湿潤エントロピー) を考えると、上式から

$$\begin{aligned} \psi \frac{\partial M}{\partial r} \Big|_{z=h} &= -r\rho_0 \tau_M|_{z=0}, \\ \psi \frac{\partial s}{\partial r} \Big|_{z=h} &= -r\rho_0 \tau_s|_{z=0} \end{aligned}$$

という関係式が得られる。これらから  $\psi$  を消去すると、

$$\frac{\partial s}{\partial M} \Big|_{z=h} = \frac{\tau_s}{\tau_M} \Big|_{z=0} \quad (35)$$

が得られる。地表面フラックスはバルク法を用いて評価すると、

$$\tau_s = -C_p [C_E |V| (\ln \theta_e - \ln \theta_{es})], \quad (36)$$

$$\tau_M = -C_D |V| rV$$

となる. ここで,  $|V|$  は接線方向の海面風速,  $C_E, C_D$  はそれぞれ海面での熱交換係数と運動量交換係数である.  $V$  は境界層上端での接線風であり,  $\theta_e, \theta_{es}$  はそれぞれ境界層上端と海面での相当温位である. 海面では大気は飽和していると仮定して,  $\theta_{es}$  は海面水温における飽和相当温位に等しい. 上式を (35) に代入すると,

$$\left. \frac{\partial s}{\partial M} \right|_{z=h} = \left. \frac{C_E C_p (\ln \theta_e - \ln \theta_{es})}{C_D r V} \right|_{z=0} \quad (37)$$

となる. さらに, この式を用いて, (12) から,  $\frac{ds}{dM}$  を消去すると,

$$r^2 \left. \frac{C_E C_p (\ln \theta_e - \ln \theta_{es})}{C_D r V} \right|_{z=0} (T_B - T_{out}) = -M \quad (38)$$

となる. これを  $\theta_e$  について解くと,

$$\ln \theta_e = \ln \theta_{es} - \frac{1}{C_p (T_B - T_{out})} \frac{C_D}{C_E} \left( V^2 + \frac{1}{2} f r V \right) \quad (39)$$

となる. ただし,  $M$  が角運動量であることを用いて, 速度に書き直した. さらに, 観測事実から熱帯低気圧の外側領域 ( $r \approx r_0$ ) において, 地表面で相対湿度が一様と仮定すると, 外側領域における, 相当温位  $\theta_e$  の構造は (27) 式において  $\text{RH} = \text{RH}_a$  とおくことで

$$\ln \left. \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} \right|_{z=h} \approx -\ln \pi_s \left[ 1 + \frac{Lq_a^* \text{RH}_{as}}{RT_s} \right] \quad (40)$$

と得られる. (40) を (20) に代入し, 平均的なアウトフローでの温度を  $T_0$  で近似すると,

$$\frac{T_B - T_0}{T_B} \ln \pi_s \left[ 1 + \frac{Lq_a^* \text{RH}_{as}}{RT_s} \right] = \ln \frac{\pi}{\pi_a} + \frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2), \quad z = h \quad (41)$$

となる. ここで,

$$\beta \equiv 1 - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^* \text{RH}_{as}}{RT_s} \right), \quad (42)$$

$$\varepsilon \equiv \frac{T_B - T_0}{T_B} \quad (43)$$

と定義すると, (41) は

$$\frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \beta \ln \pi = \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r_0^2 - r^2), \quad z = h \quad (44)$$

となる.  $\beta, \varepsilon$  はそれぞれ  $r$  について定数であることに注意し, (44) を  $r$  について解くと,

$$\ln \pi = Ar^{-2\beta} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} \left[ \frac{r_0^2}{\beta} - \frac{r^2}{1+\beta} \right]$$

となる<sup>\*5</sup>. ここで,  $A$  は任意定数であり,  $r = r_0$  で  $\ln \pi = \ln \pi_a = 0$  であることを用いると,

$$A = -r_0^{2\beta} \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} \left[ \frac{r_0^2}{\beta(1+\beta)} \right]$$

が得られる. ゆえに, (44) は

$$\ln \pi = \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} \left[ - \left[ \frac{r_0^2}{\beta(1+\beta)} \right] \left( \frac{r_0}{r} \right)^{2\beta} + \frac{r_0^2}{\beta} - \frac{r^2}{1+\beta} \right] \quad (45)$$

となる. 最大風速半径の内側での気圧分布はアウトフロー温度を  $T_0$  として (20)

と (39) から得られる. また, この領域では,  $fr \ll V$  であるので, 傾度風バランス

<sup>\*5</sup> $r$  の関数  $f(r)$  について,

$$r \frac{df}{dr} + af = b + cr^2$$

という形の微分方程式は, 以下のようにして求められる. ただし,  $a, b, c$  はいずれも非整数定数である. 上式は線形微分方程式であるので,  $f(r)$  は非斉次形で満たされる特解と斉次形で満たされる一般解の線形結合で表される. ここで, 斉次形の一般解は

$$f(r) = Ar^{-a}$$

であることが容易に得られる. また, 非斉次形での特解は  $f_s(r) = A_1 r^2 + A_2$  として, 元の式に代入すると,

$$2A_1 r^2 + a(A_1 r^2 + A_2) = b + cr^2$$

という関係が得られるので, 各  $r$  の係数について解くと,  $A_1 = \frac{c}{2+a}$ ,  $A_2 = \frac{b}{a}$  となり, この特解と一般解から,

$$f(r) = Ar^{-a} + \frac{c}{2+a} r^2 + \frac{b}{a}$$

が得られる.



(3) は

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} (V^2 + frV) \approx \frac{V^2}{r}.$$

さらに、左辺をエクスター関数で表すと、

$$C_p T_B r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) \approx V^2 \quad (46)$$

が得られる。さらに、(39) も同様の近似ができ、

$$\ln \frac{\theta_e}{\theta_{es}} \approx -\frac{1}{C_p(T_B - T_0)} \frac{C_D}{C_E} V^2 = -\frac{T_B}{T_B - T_0} \frac{C_D}{C_E} r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi)$$

となる。これと (20) から、 $\theta_e$  を消去すると、

$$\begin{aligned} \ln \frac{\theta_{eas}}{\theta_{es}} \approx & -\frac{T_B}{T_B - T_0} \frac{C_D}{C_E} r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) \\ & + \frac{T_B}{T_B - T_0} \left[ \ln \frac{\pi}{\pi_a} + \frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r^2 - r_0^2) \right], \quad z = h. \end{aligned}$$

ここで、境界層内では相当温位が鉛直一様であることから、 $\theta_{ea}|_{z=h} = \theta_{eas}$  である。

また、海面では大気は飽和しているとする、 $\theta_{eas}$  は海面での飽和相当温位を表す。

さらに整理して、

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{2} - \frac{C_D}{C_E} \right) r \frac{\partial}{\partial r} (\ln \pi) + \left[ 1 - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right) \right] \ln \pi \\ & = -\varepsilon \ln \frac{\theta_{esa}}{\theta_{ea}} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} (r_0^2 - r^2), \quad z = h. \end{aligned} \quad (47)$$

となる。(47) は (44) と同様の方法で  $r$  について解くことができ、その解は

$$\chi \equiv \frac{2 \left[ 1 - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right) \right]}{2 \frac{C_D}{C_E} - 1} \quad (48)$$

を用いて,

$$\ln \pi = Ar^\chi - \frac{1}{4} \frac{f^2 r^2}{C_p T_B (2 - \chi) \left( \frac{1}{2} - \frac{C_D}{C_E} \right)} - \frac{1}{\chi \left( \frac{1}{2} - \frac{C_D}{C_E} \right)} \left[ \frac{1}{4} \frac{f^2 r_0^2}{C_p T_B} - \varepsilon \ln \frac{\theta_{esa}}{\theta_{ea}} \right]$$

となる.  $A$  は任意定数である. 上式を整理すると,

$$\ln \pi = Ar^\chi - \frac{1}{4} \frac{f^2 r^2}{C_p T_B \left[ 2 - 2 \frac{C_D}{C_E} - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right) \right]} + \frac{1}{\left[ 1 - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right) \right]} \left[ \frac{1}{4} \frac{f^2 r_0^2}{C_p T_B} - \varepsilon \ln \frac{\theta_{esa}}{\theta_{ea}} \right] \quad (49)$$

となり, (29) において,  $\text{RH}_c = 1$  で飽和状態であるとき,

$$\ln \pi_{cs} \approx \frac{-\frac{T_B - T_0}{T_B} \left[ \frac{Lq_a^*}{C_p T_s} (1 - \text{RH}_{as}) \right] + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2}{1 - \frac{T_B - T_0}{T_B} \left[ 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right]}, \quad z = h$$

であり, (26) 式を飽和した環境場の海面に対して用いると,

$$\ln \frac{\theta_{esa}}{\theta_{ea}|_{z=h}} = -\ln \pi_{sa} + \frac{L}{C_p T_s} (q_a^* - q_a^* \text{RH}_a)_s, \quad \ln \pi_{sa} = 0$$

となるので, これを先の中心気圧の式に代入すると,

$$\ln \pi_{cs} \approx \frac{-\frac{T_B - T_0}{T_B} \ln \frac{\theta_{esa}}{\theta_{ea}} + \frac{1}{4} \frac{f^2}{C_p T_B} r_0^2}{1 - \frac{T_B - T_0}{T_B} \left[ 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right]}, \quad z = h$$

となる. よって, (49) は

$$\ln \pi = \ln \pi_{cs} + Ar^\chi - \frac{1}{4} \frac{f^2 r^2}{C_p T_B \left[ 2 - 2 \frac{C_D}{C_E} - \varepsilon \left( 1 + \frac{Lq_a^*}{RT_s} \right) \right]}. \quad (50)$$

ここで,  $\chi$  の定義から, この解の存在できる物理的な範囲は

$$\frac{C_E}{C_D} < 2$$

でなければならないことがわかる. 内部の解 (50) は相対湿度が環境場とほぼ一致する半径まで適用することができる. (27) より, これが適用されるのは,  $\text{RH}_s = \text{RH}_{as}$  となるときであり,

$$\ln \frac{\theta_e}{\theta_{ea}} = -\ln \pi \left[ 1 + \frac{Lq_a^* \text{RH}_s}{RT_s} \right]$$

という条件が満たされるときのみ起こりうる. この条件を (47) と (20) に適用すると,  $\text{RH}_s = \text{RH}_{as}$  となる最大風速半径において,

$$V_{max}^2 = \frac{C_E}{C_D} \varepsilon Lq_a^* (1 - \text{RH}_{as}) \frac{1 - \frac{1}{4} \frac{f^2 r_0^2}{\beta RT_B}}{1 - \frac{1}{2} \frac{C_E}{C_D} \varepsilon \frac{Lq_a^* (1 - \text{RH}_{as})}{\beta RT_s}}, \quad (51)$$

$$\ln \pi = \frac{-\frac{1}{2} \varepsilon \frac{C_E}{C_D} \frac{Lq_a^*}{C_p T_B} (1 - \text{RH}_{as}) + \frac{1}{4} \frac{f^2 r_0^2}{C_p T_B}}{\beta - \frac{1}{2} \frac{C_E}{C_D} \varepsilon \frac{Lq_a^*}{RT_s} (1 - \text{RH}_{as})} \quad (52)$$

となる. ここで,  $f^2 r^2 \ll 4RT_B$  と仮定した.

以上が, Emanuel (1986) において構築された軸対称 2 次元モデルによる熱帯低気圧の強度予測理論の概要である. なお, これ以降もこの理論に対していくらかの修正がなされている. 例えば, Emanuel (1995) では眼と壁雲での力学過程の違いから地表面中心気圧の式を修正を, Bister and Emanuel (1998) では散逸加熱による最大風速の式の修正が行われている.

## 付録 B : Montgomery and Kallenbach (1997) の分散関係式

Montgomery and Kallenbach (1997) によって構築された渦ロスビー波の理論モデルをレビューする.

考える系は以下のとおりである.

- 2次元非発散, 非粘性流体.
- $f$  面近似.

ここで用いる座標系は2次元平面極座標  $(r, \theta)$  系である.  $r, \theta$  はそれぞれ原点から動径方向, 同位角方向の座標を表す. このとき,  $f$  面上の2次元の非粘性流体における運動方程式は

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} &= f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v^2}{r}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} &= -f u - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{uv}{r}\end{aligned}\tag{53}$$

となる. ここで,  $u, v$  はそれぞれ  $r, \theta$  方向の速度,  $\rho$  は流体の密度で非発散という仮定から, 今は一定である. また,  $p$  は流体に働く圧力である.  $f$  は一定であることに注意して, これらの式から渦度方程式を導出する. まず, 方程式の線形化を行う. 各変数を傾度風バランスした場 (上付き線) と非バランスな擾乱 (プライム) に分ける. つまり,

$$u = \bar{u}(r, \theta, t), \quad v = \bar{v}(r) + v'(r, \theta, t), \quad p = \bar{p}(r) + p'(r, \theta, t)\tag{54}$$

と分ける. ここで,  $u$  は傾度風バランスではゼロとなる. すると, (53) 式は

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial r} + \left( \frac{\bar{v}}{r} + \frac{v'}{r} \right) \frac{\partial u'}{\partial \theta} &= f(\bar{v} - v') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial r} + \frac{(\bar{v} + v')^2}{r}, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial r} + \left( \frac{\bar{v}}{r} + \frac{v'}{r} \right) \frac{\partial v'}{\partial \theta} &= -f u' - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p'}{\partial \theta} - \frac{u'}{r} (\bar{v} + v')\end{aligned}\quad (55)$$

となるので, これを線形化すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} &= f(\bar{v} + v') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial r} + \frac{\bar{v}^2 + 2\bar{v}v'}{r}, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} &= -f u' - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p'}{\partial \theta} - \frac{u'}{r} \bar{v}\end{aligned}\quad (56)$$

となる. ここで, 流体は非発散であるので, 擾乱成分について

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru')}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} = 0$$

が成り立つ. さらに, このときの傾度風バランスは

$$f\bar{v} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\bar{v}^2}{r} = 0$$

である. また, 傾度風バランスにおける相対渦度 ( $\bar{\zeta}$ ) と擾乱における相対渦度 ( $\zeta'$ )

は以下のようなになる.

$$\bar{\zeta}(r) = \frac{1}{r} \frac{d(r\bar{v})}{dr}, \quad \zeta' = \frac{1}{r} \frac{\partial(rv')}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta}$$

と表記される. (56) 式から傾度風バランスしている項を消去すると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} &= f v' - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} + \frac{2\bar{v}v'}{r}, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} &= -f u' - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p'}{\partial \theta} - \frac{u'}{r} \bar{v}\end{aligned}\quad (57)$$

となる. この式をもとに渦度方程式を導出する. まず, 第 1 式の両辺に  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$  を作

用させ, 第 2 式の両辺に  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r$  を作用させると,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} \right) + \frac{\bar{v}}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial u'}{\partial \theta} &= \frac{f}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial^2 p'}{\partial \theta \partial r} + \frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(rv')}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \bar{v} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \right) &= -\frac{f}{r} \frac{\partial(ru')}{\partial r} - \frac{1}{r\rho} \frac{\partial^2 p'}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial(u'\bar{v})}{\partial r}\end{aligned}\quad (58)$$

となる。第 2 式から第 1 式を引くと、コリオリ項は連続の式から、圧力傾度項は相殺されゼロとなり、 $\zeta'$  の定義と

$$\bar{\zeta} = \frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{\bar{v}}{r},$$

$$\frac{d\bar{\zeta}}{dr} = \frac{d^2\bar{v}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{v}}{dr} - \frac{\bar{v}}{r^2}$$

であることを用いると、上式は

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r u' \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \bar{v} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \right) - \frac{\bar{v}}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial u'}{\partial \theta} = -\frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial (u' \bar{v})}{\partial r}.$$

これを展開すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + u' \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial (r u')}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial v'}{\partial r} \right) - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} \right) \\ & = -\frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} - \frac{u'}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \\ \Rightarrow & \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + u' \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial (r u')}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r v')}{\partial r} - \frac{v'}{r} \right) - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} \right) \\ & = -\frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} - \frac{u'}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r}. \end{aligned}$$

となる。左辺第 3, 4 項は連続の式からゼロとなり、左辺第 5 項の初めと第 6 項は相対渦度でまとめられ、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \zeta'}{\partial \theta} + u' \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{v'}{r} = -\frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} - \frac{u'}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \\ \Rightarrow & \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \zeta'}{\partial \theta} + u' \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} - \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{v'}{r} = -\frac{2\bar{v}}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}}{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r u')}{\partial r} - \frac{u'}{r} \right) - \frac{u'}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \end{aligned}$$

となる。これをまとめると、

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \zeta'}{\partial \theta} + u' \left[ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{v}}{r^2} \right] = 0.$$

傾度風バランス場の相対渦度を用いると、

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \zeta'}{\partial \theta} + u' \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial r} = 0$$

となる. ここで,  $\bar{\eta} = f + \bar{\zeta}$  で定義される傾度風バランス場の絶対渦度を定義する

と,  $\frac{d\bar{\eta}}{dr} = \frac{d\bar{\zeta}}{dr}$  であるので, 上式は

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \zeta'}{\partial \theta} + u' \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial r} = 0 \quad (59)$$

となる. 流体は非発散であるため,

$$u' = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta}, \quad v' = \frac{\partial \psi'}{\partial r}$$

で定義される擾乱場の流線関数  $\psi'$  を用いると, 相対渦度  $\zeta'$  は

$$\zeta' = \nabla^2 \psi', \quad \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

(59) 式は

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\Omega} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \nabla^2 \psi' - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial \theta} \frac{d\bar{\eta}}{dr} = 0 \quad (60)$$

となる. ここで,  $\frac{\bar{v}}{r} = \bar{\Omega}$  とした. これが擾乱の運動を記述する支配方程式である.

次に, WKB 近似を行う. 最大風速半径  $R$  付近において,  $\psi'$  が

$$\psi' \approx A(t) \exp [i \{ n\theta + k(t)(r - R) - \Lambda(t) \}] \quad (61)$$

という波型の解をもつと仮定する. ここで,  $A(t)$ ,  $k(t)$ ,  $\Lambda(t)$  はそれぞれ波の振幅, 動径方向の波数, 波の位相を表し, いずれも時間の関数であるとする. また, これらは実数であるとしても, 一般性は失わない. この波の解を (60) 式に代入すると,

$$\left[ \frac{d}{dt} (\ln A(t)) + i(k(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) + in\bar{\Omega} \right] \left( -k^2 + \frac{ik}{r} - \frac{n^2}{r^2} \right) - 2k\dot{k} + \frac{ik}{r} - \frac{in}{r} \frac{d\bar{\eta}}{dr} = 0 \quad (62)$$

となる. ここで, 波解を仮定しているので, 各微分演算子について,

$$\frac{\partial}{\partial r} \rightarrow ik(t), \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \rightarrow in, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{d}{dt} (\ln A(t)) + i(k(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t))$$

という置き換えが可能であることを用いた。ただし、上点は時間微分を表し、 $k$  が時間依存であることを注意する。さらに、接線方向の任意の平均場の物理量  $\bar{\varphi}$  を  $\delta r = (r - R)$  という微小距離について

$$\bar{\varphi}(r) = \bar{\varphi}_0 + \frac{d\bar{\varphi}_0}{dr} \delta r + O(\delta r^2)$$

と展開する。また、これに伴い、

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} \left( 1 - \frac{\delta r}{R} + O(\delta r^2) \right)$$

であることに注意する。ここで、添字 0 は  $r = R$  での値を表す。MK97 の数値モデルの結果から、この波の動径方向について、渦の特徴的なスケール  $L$  に比べて波のスケール  $l$  が小さいので、 $kR \gg 1$  という関係が成り立つ (ここで、 $L = R$  とした)。この接線平均場の展開を (62) に行うと、

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d}{dt} (\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) + in \left( \bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \delta r + O(\delta r^2) \right) \right] \\ & \times \left[ -k^2 \left\{ 1 - \frac{i}{kR} \left( 1 - \frac{\delta r}{R} + O(\delta r^2) \right) \right\} - \frac{n^2}{R^2} \left( 1 - \frac{\delta r}{R} + O(\delta r^2) \right)^2 \right] \\ & - k \left\{ 2\dot{k} - \frac{i\dot{k}}{kR} \left( 1 - \frac{\delta r}{R} + O(\delta r^2) \right) \right\} \\ & - \frac{in}{R} \left( 1 - \frac{\delta r}{R} + O(\delta r^2) \right) \left( \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} + \frac{d^2\bar{\eta}_0}{dr^2} \delta r + O(\delta r^2) \right) = 0 \end{aligned} \quad (63)$$

となる。そして、 $O\left(\frac{\delta r}{R}, \frac{1}{kR}\right)$  以上の微小項を無視すると、

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d}{dt} (\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) + in \left( \bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \delta r \right) \right] \left\{ -k^2 - \frac{n^2}{R^2} \right\} \\ & - 2k\dot{k} - \frac{in}{R} \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} = 0 \end{aligned} \quad (64)$$



が得られる. この式について, 実部と虚部にわけると,

$$\begin{aligned} \text{Re} : & - \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\} \frac{d}{dt} (\ln A(t)) - 2k\dot{k} = 0 \\ \text{Im} : & \left[ -\dot{\Lambda}(t) + n\bar{\Omega}_0 \right] \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\} + \frac{n}{R} \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} + \left( \dot{k}(t) + n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \right) \delta r \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

が得られる. 虚部より, 任意の  $\delta r$  でこの関係が成り立つには, 左辺の最終項が任意の  $\delta r$  でゼロであればよいので,

$$\dot{k}(t) + n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} = 0 \quad (66)$$

という関係が満たされればよい<sup>\*6</sup>. 定常状態を仮定しているため,  $\bar{\Omega}_0$  は時間に依存しない. ゆえに, (83) から, 動径方向の波数について,

$$k(t) = k_0 - n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} t \quad (67)$$

という関係が得られる. ここで,  $k_0 = k(t=0)$  である. このとき, (65) の虚部は

$$\dot{\Lambda}(t) = n\bar{\Omega}_0 + \frac{n}{R} \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\}^{-1} \quad (68)$$

が満たされる. WKB 近似より, 振幅の時間変化が位相の時間変化より十分小さいとしているので, このときの位相の時間変化  $\dot{\Lambda}(t)$  が波の振動数となる. よって, 渦ロスビー波の分散関係式は (68) となる. 同様に, (65) の実部を,

$$- \left( k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right) \frac{d}{dt} (\ln A(t)) = \frac{d}{dt} \left( k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right)$$

と変形すると,

$$A(t) = A(0) \frac{k_0^2 + \frac{n^2}{R^2}}{k^2(t) + \frac{n^2}{R^2}}$$

---

<sup>\*6</sup>なぜなら, 係数  $\left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\}$  が任意の時刻でゼロではないためである.

となることがわかる。さらに, (67) 式より,

$$A(t) = A(0) \frac{k_0^2 + \frac{n^2}{R^2}}{\left(k_0 - n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} t\right)^2 + \frac{n^2}{R^2}} \quad (69)$$

となる。以降の動径波数  $k$  はここで得られた関係を用いる。局所的な分散関係 (68) が得られたので, この式より, 局所的な接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 接線方向の群速度  $C_{g\theta}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  はそれぞれ,

$$C_{p\theta} = \frac{\dot{\Lambda}}{n} R = R\bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\}^{-1}, \quad (70)$$

$$C_{pr} = \frac{\dot{\Lambda}}{k} = \frac{n\bar{\Omega}_0}{k} + \frac{n}{R} \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} \left[ k \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\} \right]^{-1}, \quad (71)$$

$$C_{g\theta} = \frac{\partial \dot{\Lambda}}{\partial(n/R)} = R\bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} \left[ k^2 - \frac{n^2}{R^2} \right] \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\}^{-2}, \quad (72)$$

$$C_{gr} = \frac{\partial \dot{\Lambda}}{\partial k} = -2k \frac{n}{R} \frac{d\bar{\eta}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right\}^{-2} \quad (73)$$

となる。以上が, 非粘性非発散 2 次元流体における定常渦の渦口スビー波についての伝播特性である。

次に, 非粘性浅水流体における渦口スビー波の伝播特性を同様の議論で考察する。円筒座標系における線形化された<sup>\*7</sup>非粘性浅水流体の運動方程式と連続の式は

$$\frac{Du'}{Dt} - \bar{\xi}v' = -\frac{\partial\phi'}{\partial r}, \quad (74)$$

$$\frac{Dv'}{Dt} + \bar{\eta}u' = -\frac{\partial\phi'}{r\partial\theta}, \quad (75)$$

$$\frac{D\phi'}{Dt} + \frac{\partial}{r\partial r} (r\bar{\Phi}u') + \bar{\Phi} \frac{\partial v'}{r\partial\theta} = 0 \quad (76)$$

である。ただし,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial\theta}$$

<sup>\*7</sup>ここでの線形化も 2 次元流体の場合と同様に, 接線平均した場とそこからの変動場に分けて線形化を行う。ここでも, 渦は定常状態とし, 平均場は動径方向のみの関数であるとする。

である。ここで、

$$\bar{\xi} = f + \frac{2\bar{v}}{r}, \quad \bar{\eta} = f + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r\bar{v})$$

はそれぞれ、慣性パラメータ、絶対渦度であり、 $u', v', \phi'$  はそれぞれ水平速度場、ジオポテンシャル場の接線平均からのずれである。平均場成分は  $r$  のみの関数である。このとき、

$$u' = -\frac{1}{\bar{\eta}} \frac{\partial \phi'}{r \partial \theta} - \frac{1}{\bar{\eta} \bar{\xi}} \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \phi'}{\partial r} \right),$$

$$v' = \frac{1}{\bar{\xi}} \frac{\partial \phi'}{\partial r} - \frac{1}{\bar{\eta} \bar{\xi}} \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \phi'}{r \partial \theta} \right)$$

とすると、これを連続の式 (76) に代入して、

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{\gamma^2} \frac{\partial z'}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z'}{\partial \theta^2} - \gamma^2 z' = & -\frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\gamma^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{\gamma^2} \frac{\partial \phi'}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \theta^2} - \gamma^2 \phi' \right] \\ & + \frac{\bar{\xi}}{\bar{q}} \frac{d\bar{q}}{dr} \frac{\partial \phi'}{r \partial \theta} \end{aligned} \quad (77)$$

が得られる。ここで、

$$z' = \frac{\partial \phi'}{\partial t}, \quad \bar{q} = \frac{\bar{\eta}}{\bar{\phi}}, \quad \gamma^2 = \frac{\bar{\eta} \bar{\xi}}{\bar{\phi}}$$

であり、それぞれジオポテンシャルの変動の時間変化、ポテンシャル渦度、局所口スピー半径の逆数の2乗である。これに (61) の WKB 近似を行った波型の解を代入すると、

$$\begin{aligned} & -2k\dot{k} - k^2 \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) \right\} \\ & + i \left[ \dot{k} + k \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) \right\} \right] \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr} \right\} \\ & - \left\{ \frac{n^2}{r^2} + \gamma^2 \right\} \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\Lambda}(t)) \right\} \\ = & -in \frac{\bar{v}}{r} \left[ -k^2 + ik \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr} \right\} - \left( \frac{n^2}{r^2} + \gamma^2 \right) \right] + \frac{\bar{\xi}}{\bar{q}} \frac{d\bar{q}}{dr} \frac{in}{r}. \end{aligned} \quad (78)$$

少し整理して,

$$\begin{aligned}
& -k\dot{k} \left[ 2 - i \left\{ \frac{1}{kr} - \frac{1}{k\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr} \right\} \right] \\
& -k^2 \left( 1 - \frac{i}{kr} + \frac{i}{k\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr} \right) \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\lambda}(t)) \right\} \\
& - \left\{ \frac{n^2}{r^2} + \gamma^2 \right\} \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\lambda}(t)) \right\} \\
& = -in\bar{\Omega} \left[ -k^2 \left( 1 - \frac{i}{kr} + \frac{i}{k\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr} \right) - \left( \frac{n^2}{r^2} + \gamma^2 \right) \right] + \frac{\bar{\xi}}{q} \frac{d\bar{q}}{dr} \frac{in}{r}
\end{aligned} \tag{79}$$

となり, さらに接線平均場について  $\delta r = r - R$  で展開し,  $O\left(\frac{\delta r}{R}, \frac{1}{kR}\right)$  以上の微小項を無視すると,

$$\begin{aligned}
& -2k\dot{k} - k^2 \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\lambda}(t)) \right\} \\
& - \left\{ \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\lambda}(t)) \right\} \\
& = -in \left( \bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \delta r \right) \left[ -k^2 - \left( \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right) \right] + \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \frac{in}{R}
\end{aligned} \tag{80}$$

となる\*8. これをさらに整理して,

$$\begin{aligned}
& 2k\dot{k} + \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} \left\{ \frac{d}{dt}(\ln A(t)) + i(\dot{k}(t)\delta r - \dot{\lambda}(t)) + in \left( \bar{\Omega}_0 + \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \delta r \right) \right\} \\
& = \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \frac{in}{R}
\end{aligned} \tag{81}$$

---

\*8ここでは,  $\frac{1}{k\gamma^2} \frac{d\gamma^2}{dr}$  の項も無視される. なぜなら,

$$\frac{d}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr'} \approx \frac{1}{R} \frac{d}{dr'}$$

となり,

$$\frac{1}{k} \frac{d}{dr} = O\left(\frac{1}{kR}\right)$$

となるからである. ここで,  $r'$  は  $O(1)$  である.

が得られる。これを実部と虚部に分けると、

$$\begin{aligned} \text{Re} : & \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} \frac{d}{dt} (\ln A(t)) + 2k\dot{k} = 0 \\ \text{Im} : & \left[ -\dot{\lambda}(t) + n\bar{\Omega}_0 \right] \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} \\ & + \frac{n}{R} \left( \dot{k}(t) + n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} \right) \delta r \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} = \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \frac{n}{R} \end{aligned} \quad (82)$$

が得られる。虚部より、任意の  $\delta r$  でこの関係が成り立つには、左辺の最終項が任意の  $\delta r$  でゼロであればよいので、

$$\dot{k}(t) + n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} = 0 \quad (83)$$

という関係が満たされればよい。ゆえに、浅水流体においても、渦ロスビー波の動径波数は

$$k(t) = k_0 - n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} t \quad (84)$$

となる。このとき、(82) の虚部は

$$\dot{\lambda}(t) = n\bar{\Omega}_0 + \frac{n}{R} \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\}^{-1} \quad (85)$$

が満たされる。これが、浅水流体における渦ロスビー波の分散関係式である。実部からは、2次元流体の場合と同様で、ただし局所ロスビー半径で修正された波の振幅の根が得られる：

$$A(t) = A(0) \frac{k_0^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2}{k^2(t) + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2},$$

または、

$$A(t) = A(0) \frac{k_0^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2}{\left( k_0 - n \frac{d\bar{\Omega}_0}{dr} t \right)^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2}. \quad (86)$$

局所的な分散関係式より, 浅水流体における渦口スビー波の局所的な接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 接線方向の群速度  $C_{g\theta}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  はそれぞれ,

$$C_{p\theta} = \frac{\dot{\Lambda}}{n} R = R\bar{\Omega}_0 + \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\}^{-1}, \quad (87)$$

$$C_{pr} = \frac{\dot{\Lambda}}{k} = \frac{n\bar{\Omega}_0}{k} + \frac{n}{R} \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \left[ k \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\} \right]^{-1}, \quad (88)$$

$$C_{g\theta} = \frac{\partial \dot{\Lambda}}{\partial(n/R)} = R\bar{\Omega}_0 + \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \left[ k^2 - \frac{n^2}{R^2} \right] \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\}^{-2}, \quad (89)$$

$$C_{gr} = \frac{\partial \dot{\Lambda}}{\partial k} = -2k \frac{n}{R} \frac{\bar{\xi}_0}{\bar{q}_0} \frac{d\bar{q}_0}{dr} \left\{ k^2 + \frac{n^2}{R^2} + \gamma_0^2 \right\}^{-2} \quad (90)$$

となる. 以上が, 非粘性浅水流体における定常渦の渦口スビー波についての伝播特性である.

## 図・表

表 1: 各実験設定. 「1.0」が CReSS で計算されるデフォルトの値を示し, その値から 1.5 倍したものを「1.5」と表記する.

実験名	CTL	CE1.5	CD1.5	CE1.5CD1.5
$C_E$	1.0	1.5	1.0	1.5
$C_D$	1.0	1.0	1.5	1.5

表 2: 波数展開したホフメラー図作成における PV の計算手順.

PV を計算

$$PV = PV(r, \theta, z, t) = \frac{\omega \cdot \nabla \theta}{\rho}$$

ここで,  $\omega$  = 絶対渦度,  $\theta$  = 温位,  $\rho$  = 密度.  
すでに座標はデカルト系から円筒座標系へと変換されている.

↓

接線方向についてデータをフーリエ展開

$$PV'_n(r, z, t) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} PV(r, \theta_j, z, t) e^{-2\pi i \frac{jn}{N}}, \quad \theta_j = \frac{2\pi j}{N}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

ここで,  $n$  は接線方向の波数,  $N$  は接線方向の格子点数.

↓

各波数成分ごとの時系列を作成. ただし,

- $r$  方向への時系列図は一定高度  $z_f$  について

$$\text{Re}[PV'_n(r, z_f, t)], \quad n = 1, 2, 3$$

- $\theta$  方向への時系列図は一定の半径, 高度  $r_f, z_f$  で,  $n = 1, 2, 3$  の低波数成分についてそれぞれ  $PV'_n(r_f, z_f, t)$  をフーリエ逆変換:

$$PV'_n(r_f, \theta, z_f, t) = PV'_n(r_f, z_f, t) e^{in\theta}, \quad n = 1, 2, 3$$

という操作を行った後, 各波数成分についての時系列を作成.



表 3: 4 つの数値実験から得られた内部コア領域における非軸対称成分の, 最大強度に対する減速の寄与と最大強度, FLXM の加速の最大値との関係. ただし, いずれも 240-250 時間平均した値である.

実験名	CTL	CE1.5	CD1.5	CE1.5CD1.5
最大強度 (m/s)	111	134	89	115
FLXM (加速)	3227	4942	1789	2633
FLXE (減速)	-386	-693	-141	-350
FLXE/FLXM (%)	12.0	14.0	7.9	13.2

表 4: CTL から得られた内部コア領域における非軸対称成分の, 接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  の値を波数ごとに示したものの.  $t_1, t_2, t_3$  は理論値,  $m_1, m_2, m_3$  はモデルでシミュレートされた波から求めた値であり, 添字が波数を表す. 単位はすべて  $\text{ms}^{-1}$ . 理論値は 240-250 時間平均した値である.

CTL	$C_{p\theta}$	$C_{pr}$	$C_{gr}$
$t_1$	101	20	$2.1 \times 10^{-11}$
$m_1$	—	—	0.1
$t_2$	101	38	$5.1 \times 10^{-11}$
$m_2$	70	30	$\sim 0.0$
$t_3$	101	44	$8.7 \times 10^{-11}$
$m_3$	70	70	0.1

表 5: CD1.5 から得られた内部コア領域における非軸対称成分の, 接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  の値を波数ごとに示したもの.  $t_1, t_2, t_3$  は理論値,  $m_1, m_2, m_3$  はモデルでシミュレートされた波から求めた値であり, 添字が波数を表す. 単位はすべて  $\text{ms}^{-1}$ . 理論値は 240-250 時間平均した値である.

CD1.5	$C_{p\theta}$	$C_{pr}$	$C_{gr}$
$t_1$	88	22	$6.5 \times 10^{-10}$
$m_1$	43	15	0.1
$t_2$	88	48	$1.3 \times 10^{-9}$
$m_2$	23	17	—
$t_3$	88	64	$2.7 \times 10^{-9}$
$m_3$	21	30	—

表 6: CE1.5 から得られた内部コア領域における非軸対称成分の, 接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  の値を波数ごとに示したもの.  $t_1, t_2, t_3$  は理論値,  $m_1, m_2, m_3$  はモデルでシミュレートされた波から求めた値であり, 添字が波数を表す. 単位はすべて  $\text{ms}^{-1}$ . 理論値は 240-250 時間平均した値である.

CE1.5	$C_{p\theta}$	$C_{pr}$	$C_{gr}$
$t_1$	131	37	$7.4 \times 10^{-11}$
$m_1$	104	—	—
$t_2$	131	63	$2.1 \times 10^{-10}$
$m_2$	70	23	0.1
$t_3$	131	65	$4.0 \times 10^{-10}$
$m_3$	60	46	0.1

表 7: CE1.5CD1.5 から得られた内部コア領域における非軸対称成分の、接線方向の位相速度  $C_{p\theta}$ , 動径方向の位相速度  $C_{pr}$ , 動径方向の群速度  $C_{gr}$  の値を波数ごとに示したもの.  $t_1, t_2, t_3$  は理論値,  $m_1, m_2, m_3$  はモデルでシミュレートされた波から求めた値であり, 添字が波数を表す. 単位はすべて  $\text{ms}^{-1}$ . 理論値は 240-250 時間平均した値である.

CE1.5CD1.5	$C_{p\theta}$	$C_{pr}$	$C_{gr}$
$t_1$	115	22	$2.4 \times 10^{-10}$
$m_1$	70	8	0.1
$t_2$	115	41	$4.2 \times 10^{-10}$
$m_2$	28	25	$\sim 0.0$
$t_3$	115	40	$1.1 \times 10^{-9}$
$m_3$	46	56	—

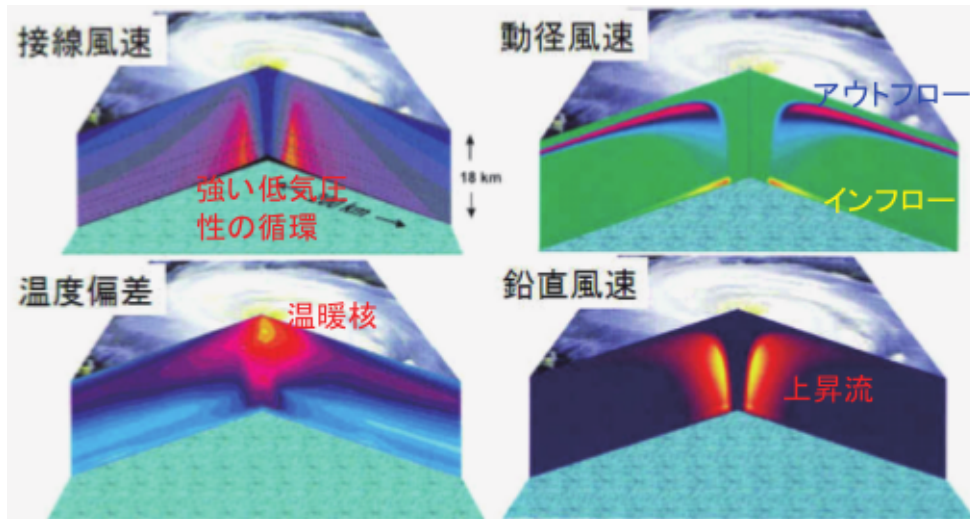


図 1: 台風 Fran(1999) の航空機観測と衛星観測に基づいたコンポジット解析の結果. (伊藤, 2010 から, 原図は Emanuel, 2005 より)

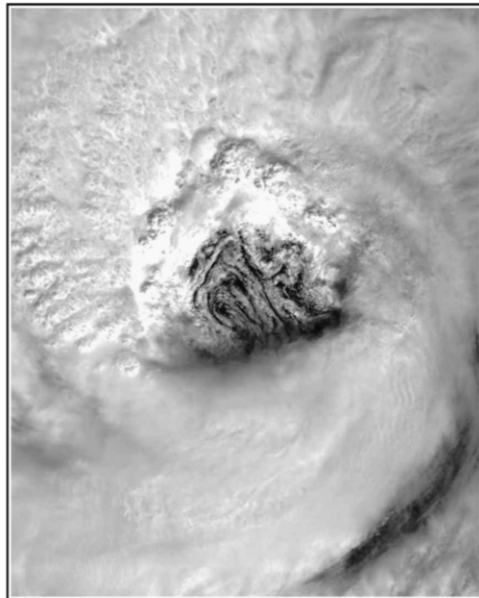


図 2: MODIS 衛星から観測されたハリケーン Erin (2001 年 9 月 11 日 1515 UTC) の壁雲に見られる波数 3 の非対称構造 (Kossin et al., 2002 より).

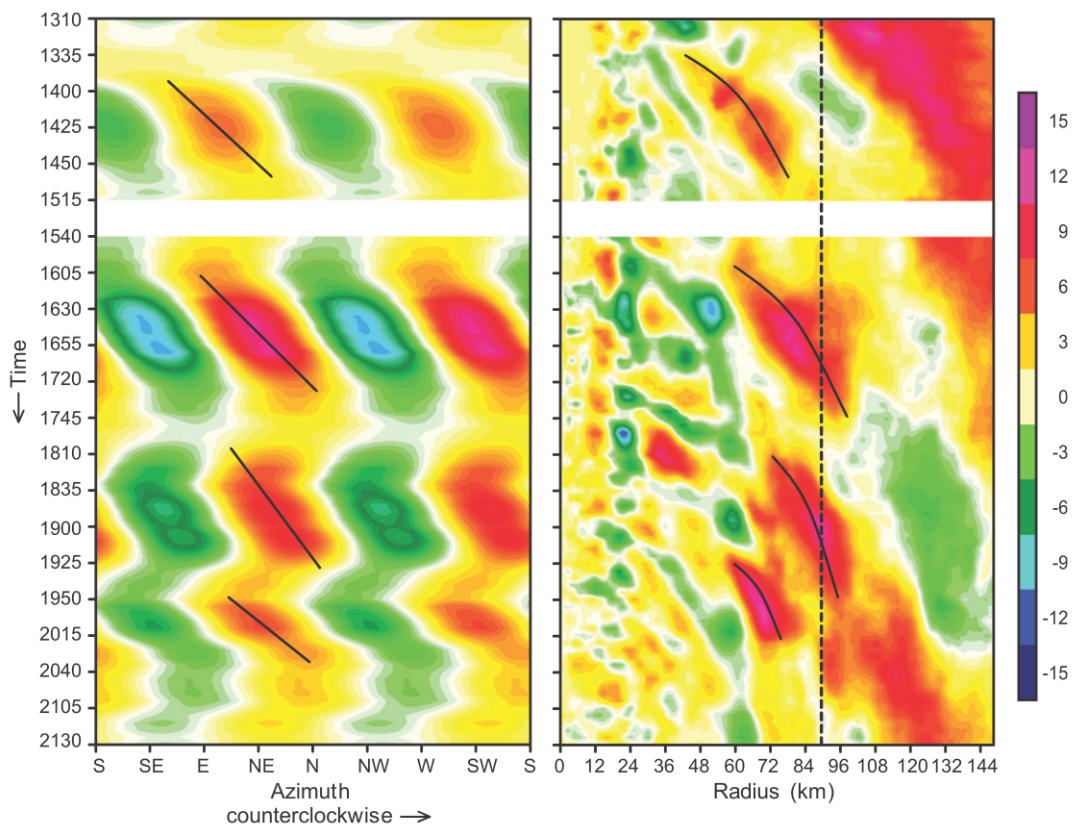


図 3: ハリケーン Elena (1985) において観測された波数 2 型の非対称構造. カラーはレーダー反射強度の接線平均からの変動. 左は中心から半径およそ 80 km の円周に沿った接線方向のホフメラー図. 右は中心から南東向きの動径方向のホフメラー図. 破線は stagnation radius (Corbosiero et al., 2006 より).

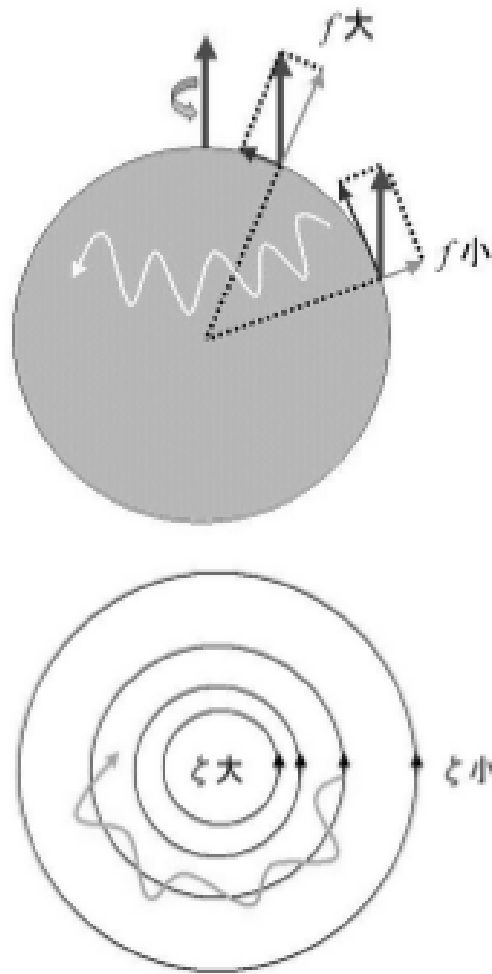


図 4: プラネタリーロスビー波 (上) と渦ロスビー波 (下) の概念図 (板野, 2010 より). 波矢印は, 各回転系に乗った座標で見たときのロスビー波の伝播方向. 上は惑星渦度の絶対値が極向きに増加していることを表し, 下は相対渦度が中心向きに増加していることを表している.

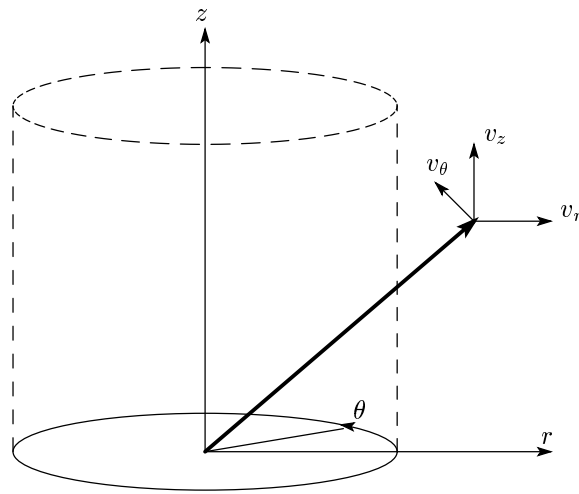


図 5: 円筒座標系.  $(r, \theta, z)$  はそれぞれ, 動径方向, 接線方向, 鉛直方向の座標. また,  $(v_r, v_\theta, v_z)$  はそれぞれ,  $r, \theta, z$  方向の速度成分を表す.

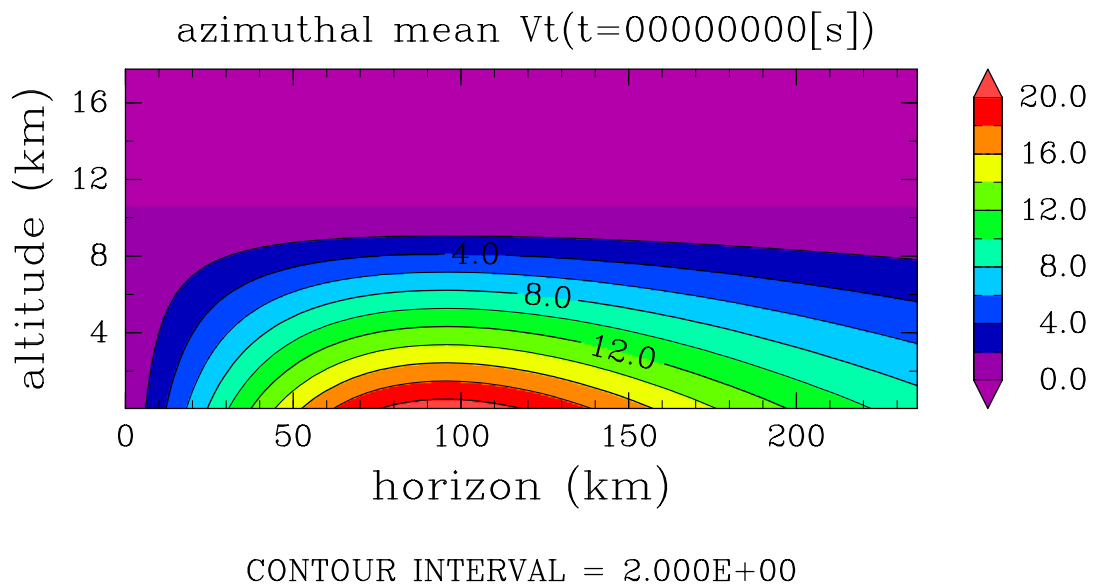


図 6: 初期渦の  $r - z$  分布. 単位は  $m/s$  (描画の都合上, 中心から半径 200 km までの範囲のみ表示).

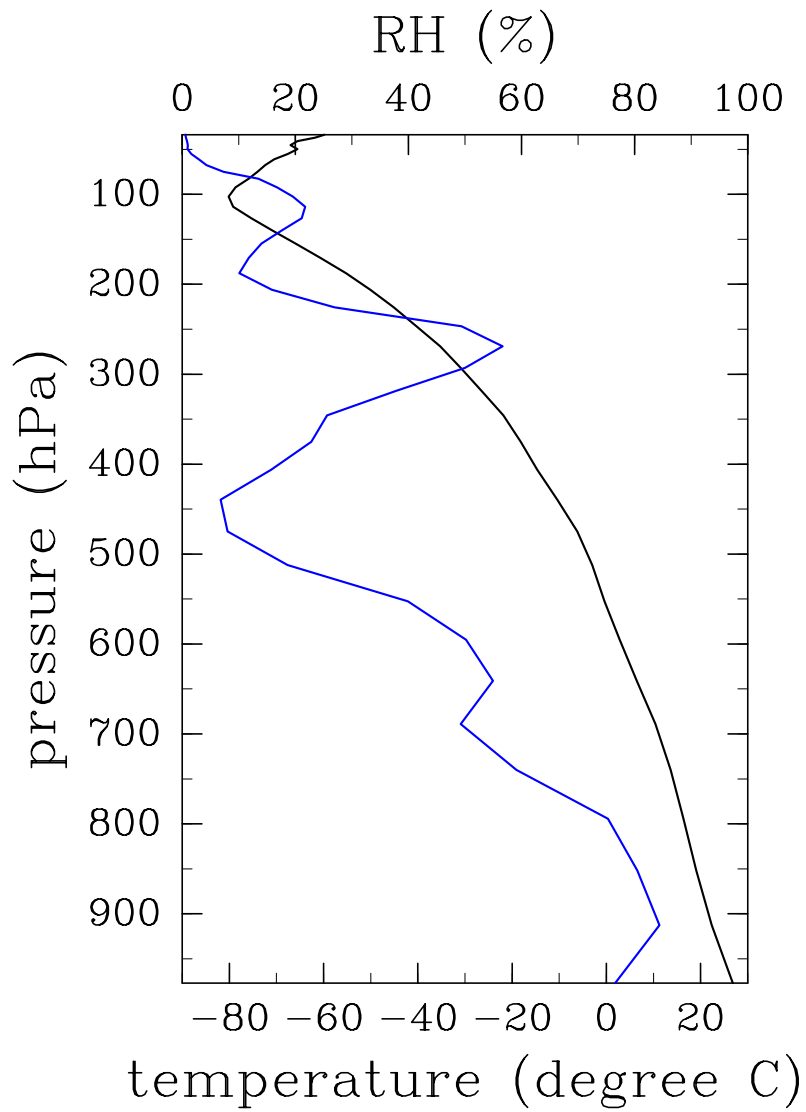


図 7: 初期の大気場 (黒線が温度, 青線が相対湿度). 「みらい」MR10-03 航海において観測された 2010 年 6 月 13 日 12 UTC の大気の鉛直プロファイルである.



vertical profile of  $\Theta, \Theta_e, \Theta_e^*$

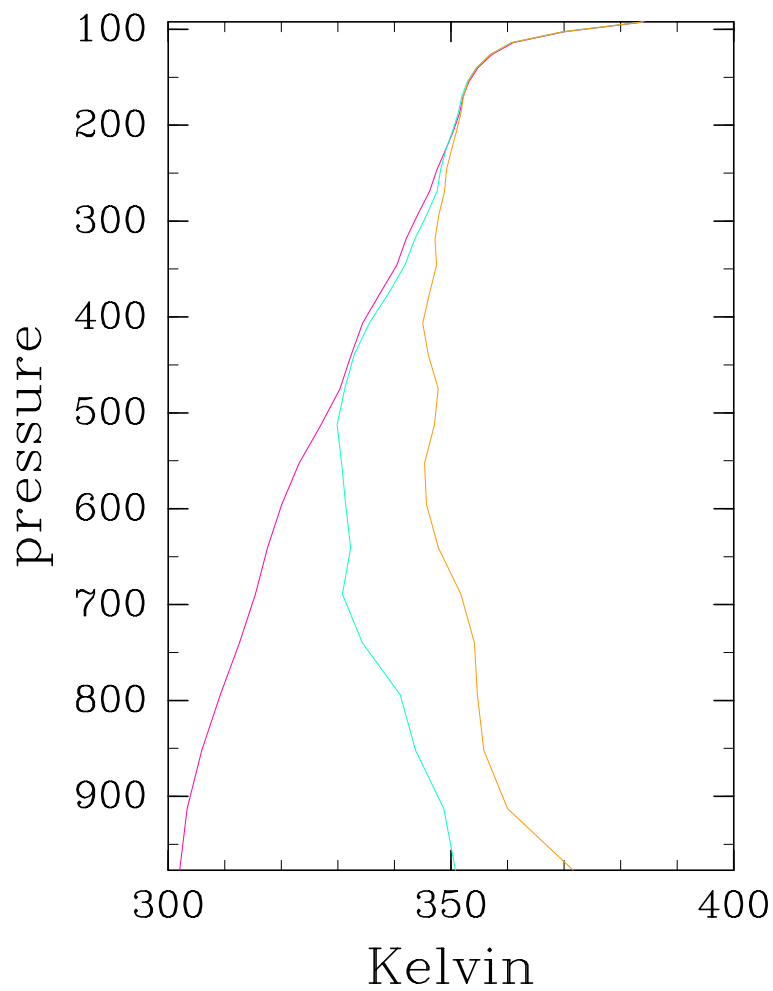


図 8: 図 7 と同じ大気場 (桃線が温位, 水色線が相当温位, 橙色線が飽和相当温位).  
表記の便宜上, 100 hPa 以上の高度を除いている.

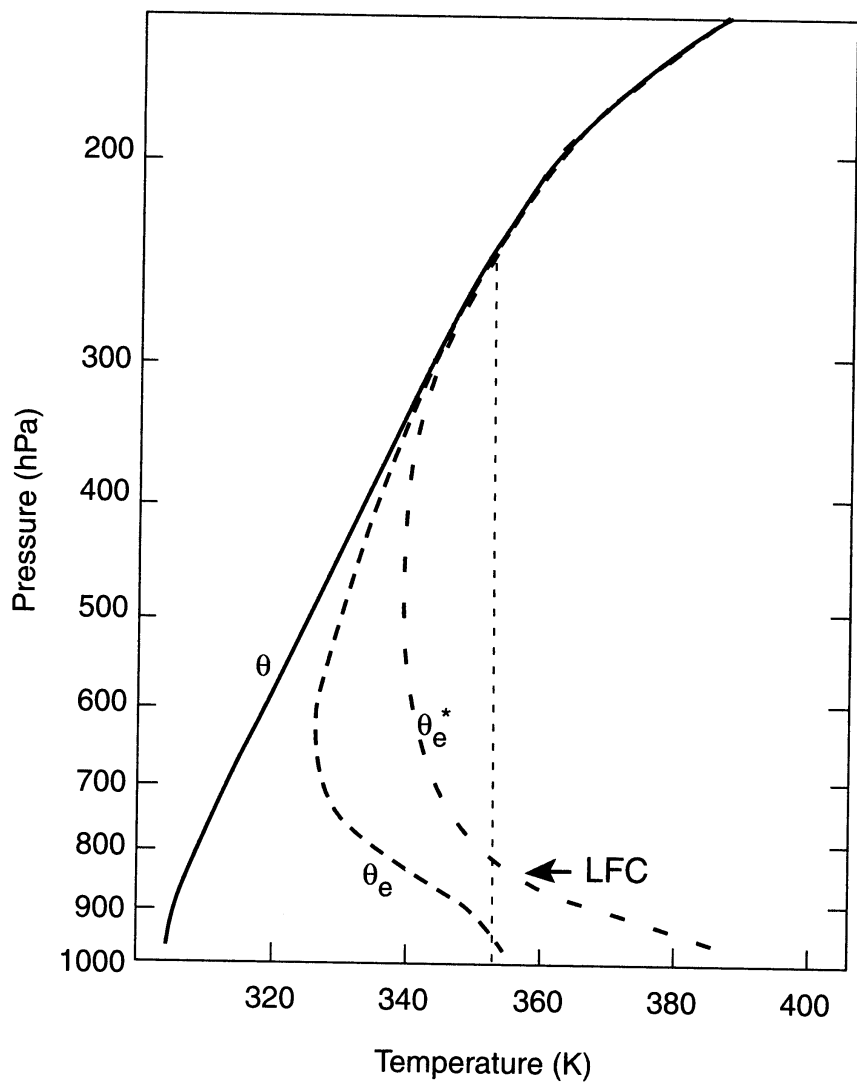


図 9: 熱帯における典型的な熱力学場 (Holton, 2004 より).  $\theta$  の実線が温位分布,  $\theta_e$  の破線が相当温位分布,  $\theta_e^*$  の分布が飽和相当温位分布をそれぞれ表す.

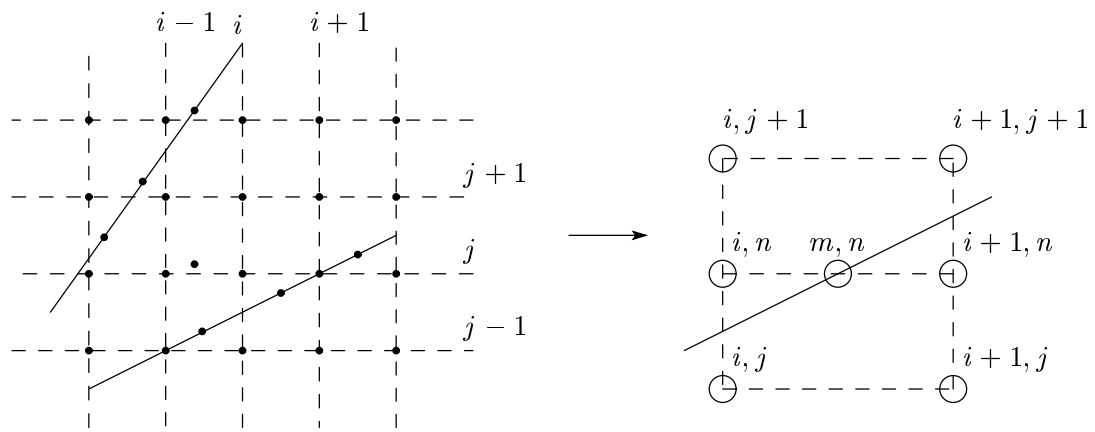
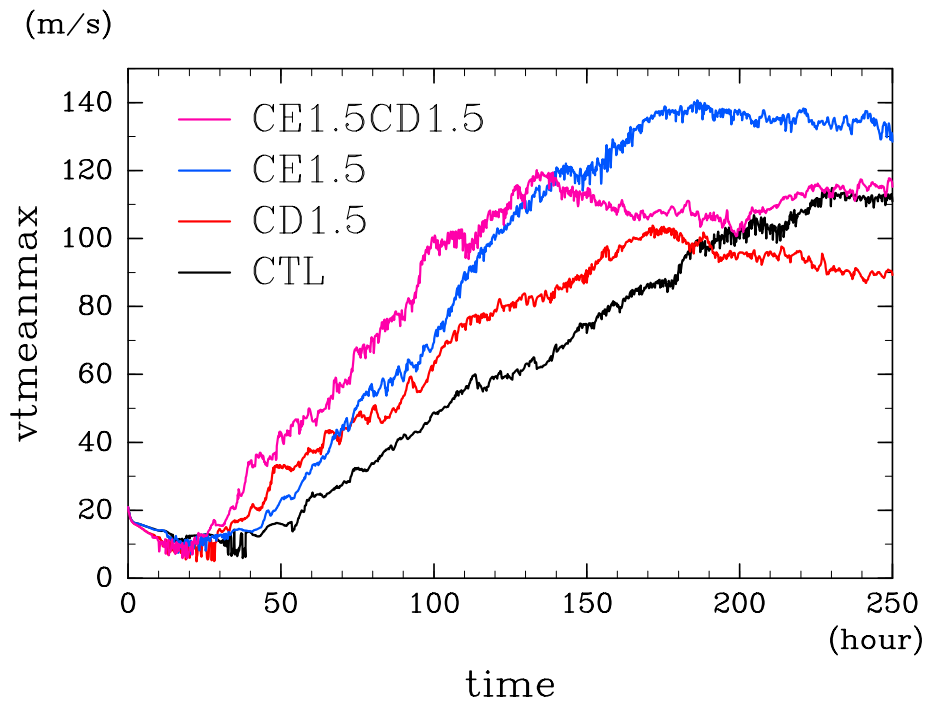
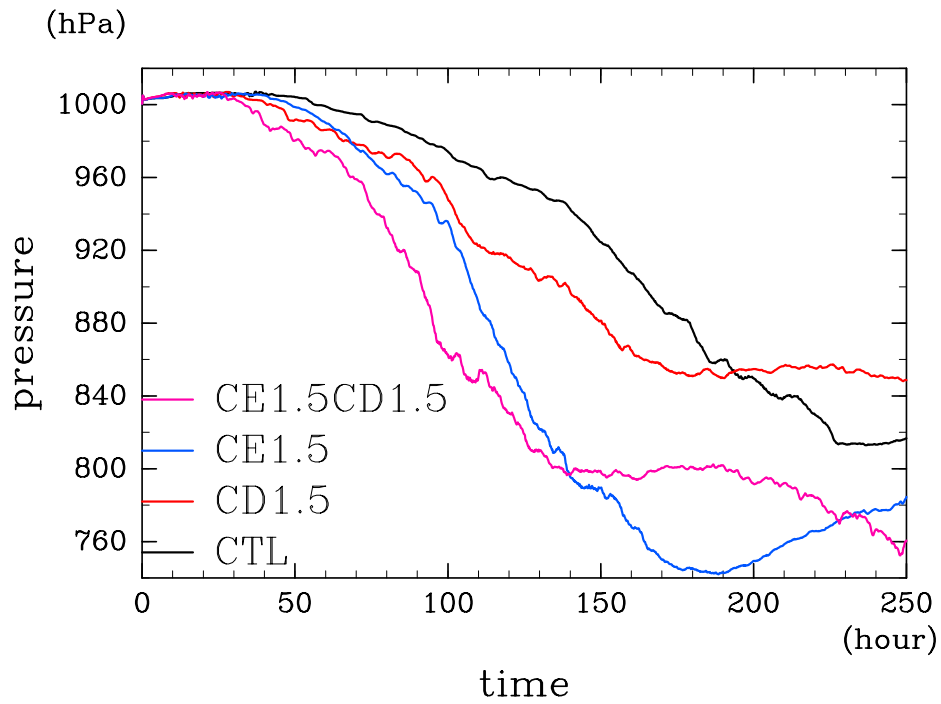


図 10: デカルト座標系から円筒座標系への双線形補間の概念. 円筒座標系で  $m, n$  点を求めたい場合は, デカルト座標系で  $j$  方向に内挿を計算し, その内挿点から  $i$  方向に線形内挿する.



(a)



(b)

図 11: 4 つの数値実験における接線平均した軸対称な最大風速の時系列図 (上) と地表面での最低気圧の時系列図 (下).

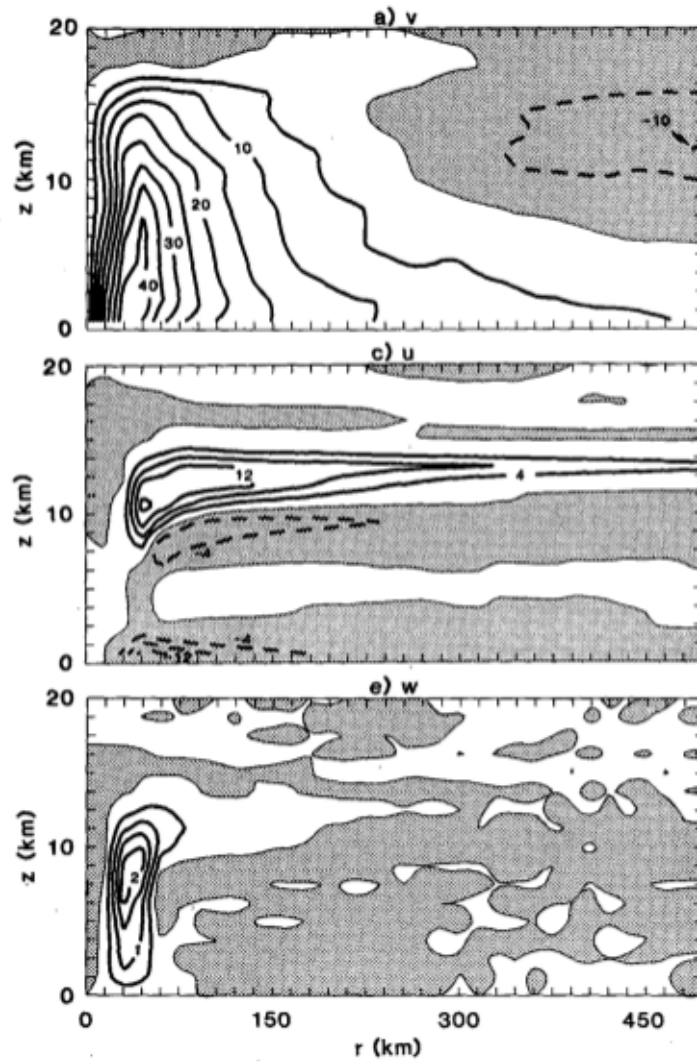
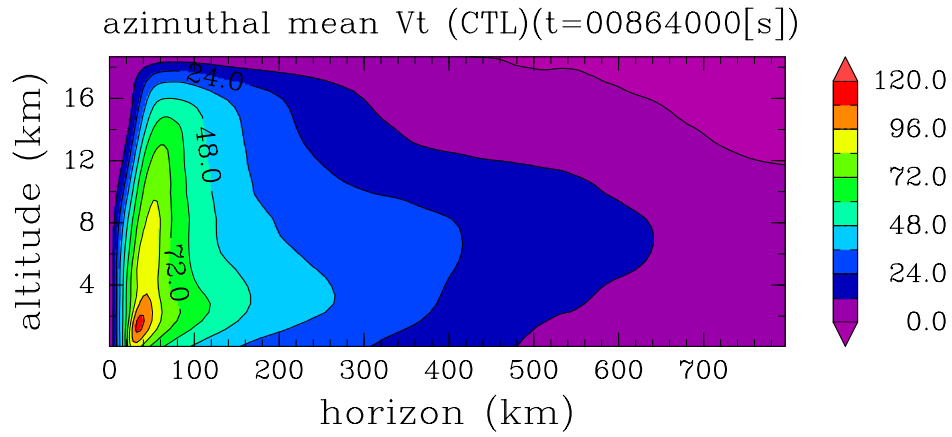
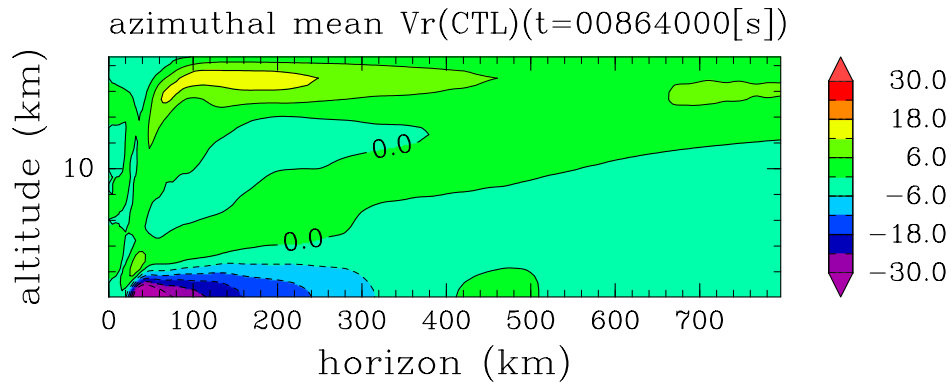


図 12: Rotunno and Emanuel (1987) の 2 次元非静力学モデルによってシミュレートされた成熟期における熱帯低気圧の循環の構造. 上から, 接線方向の循環, 動径方向の循環, 鉛直方向の循環で, それぞれ低気圧性回転方向, 中心から離れる方向, 鉛直上方向が正となるようにとられ, 負の領域にはシェードがかけられている.



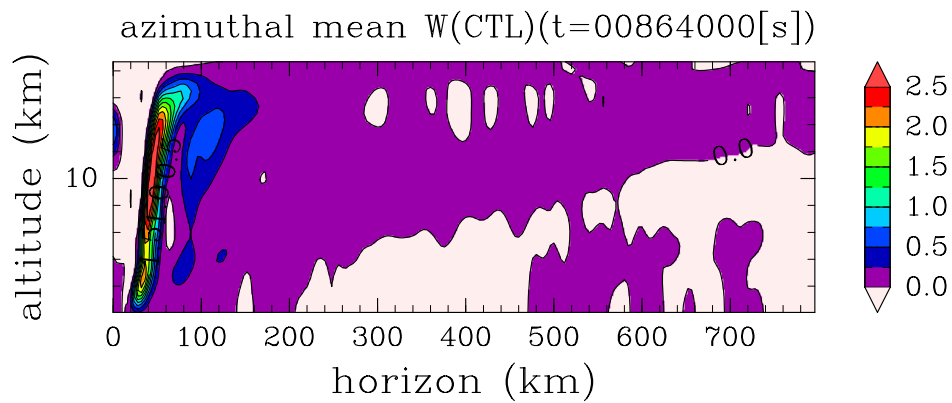
CONTOUR INTERVAL = 1.200E+01

(a)



CONTOUR INTERVAL = 6.000E+00

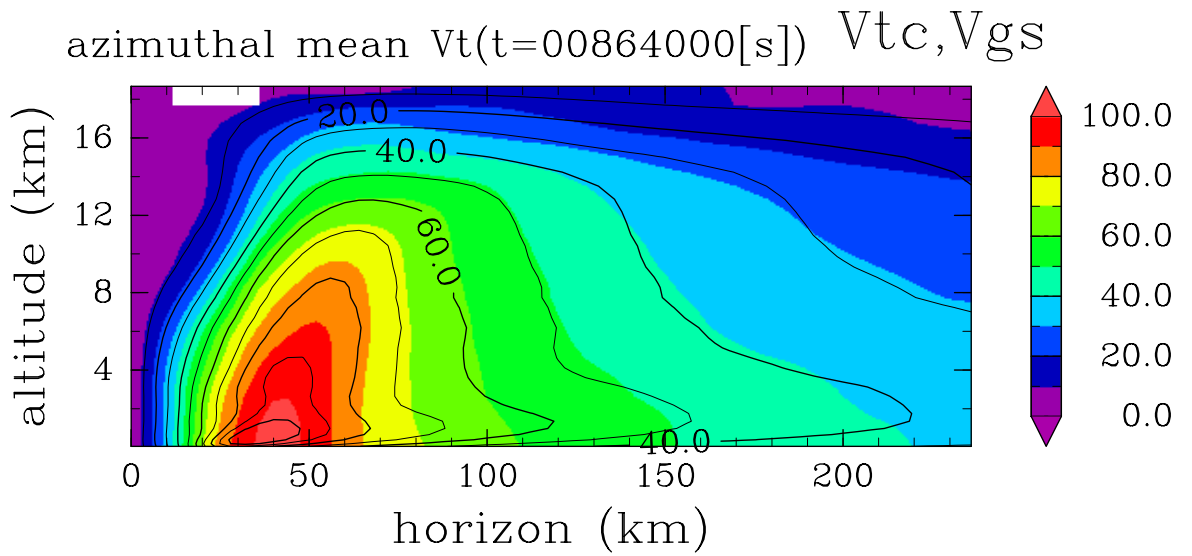
(b)



CONTOUR INTERVAL = 2.500E-01

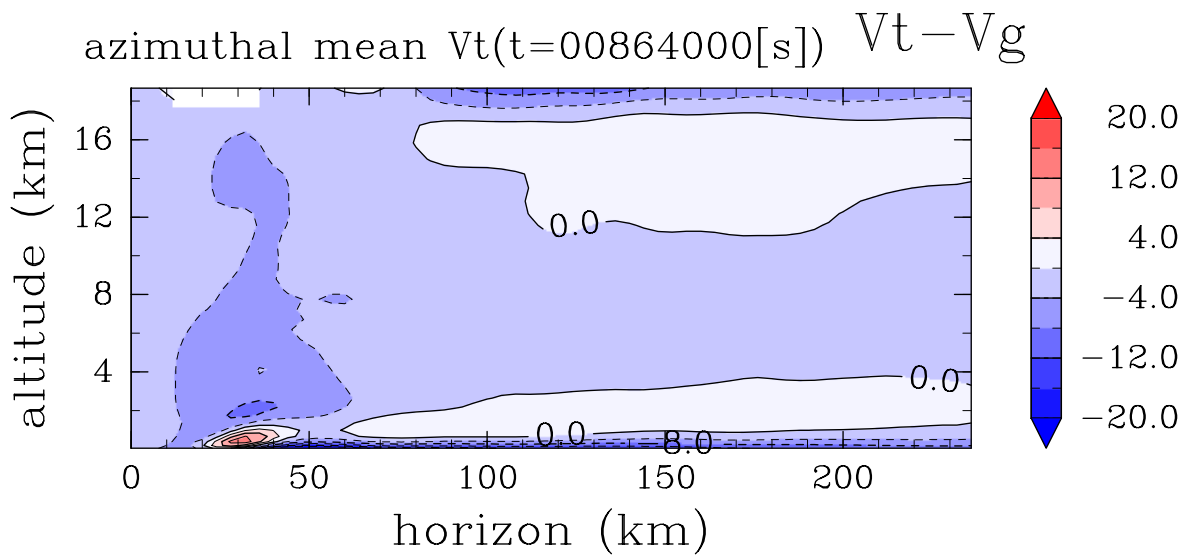
(c)

図 13: CTL における 240 時間での接線平均風 (a), 動径風 (b), 鉛直風 (c). それぞれ低気圧性回転方向, 中心から離れる方向, 鉛直上方向を正にとった.



CONTOUR INTERVAL = 1.000E+01

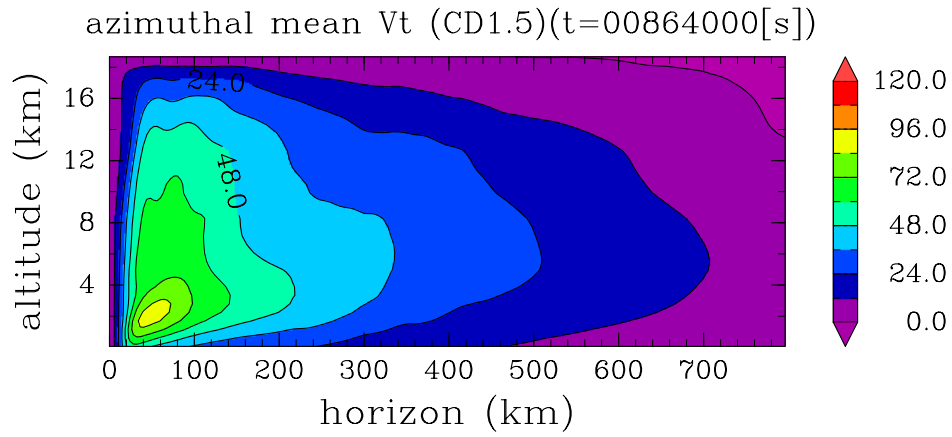
(a)



CONTOUR INTERVAL = 4.000E+00

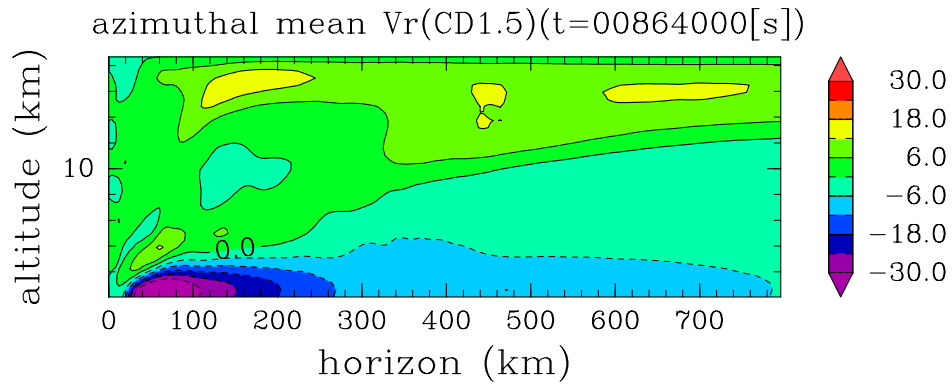
(b)

図 14: CTL における 240 時間での気圧分布から計算した傾度風の分布 (カラー) と実際の接線平均風 (等値線) の分布 (a) と傾度風からのずれ (b). 単位はそれぞれ  $\text{ms}^{-1}$ .



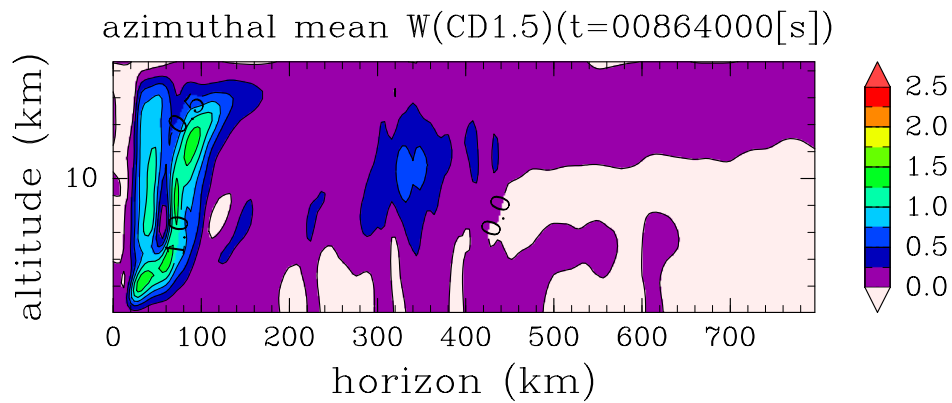
CONTOUR INTERVAL =  $1.200E+01$

(a)



CONTOUR INTERVAL =  $6.000E+00$

(b)

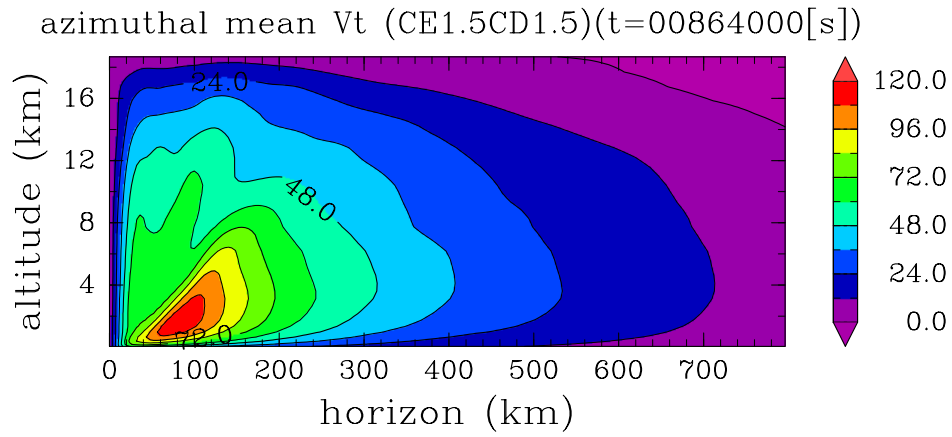


CONTOUR INTERVAL =  $2.500E-01$

(c)

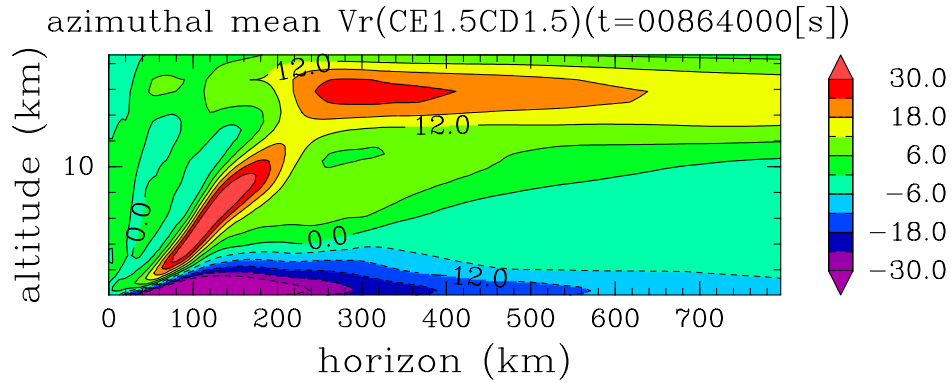
図 15: CD1.5 における 240 時間での接線平均風 (a), 動径風 (b), 鉛直風 (c).





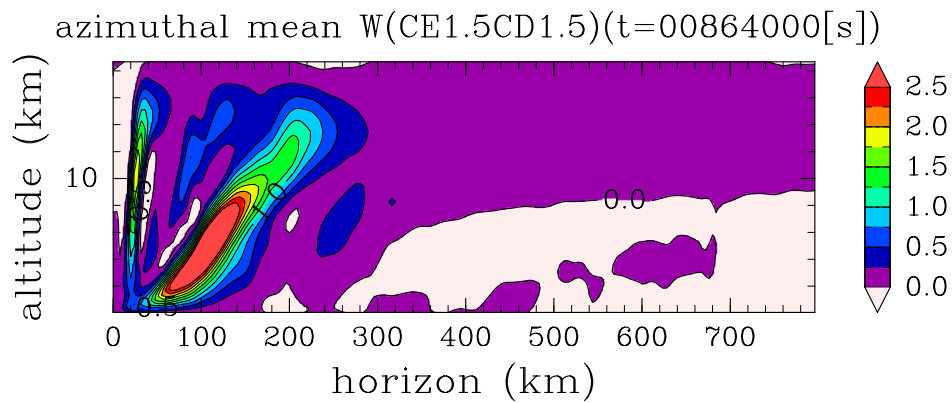
CONTOUR INTERVAL =  $1.200E+01$

(a)



CONTOUR INTERVAL =  $6.000E+00$

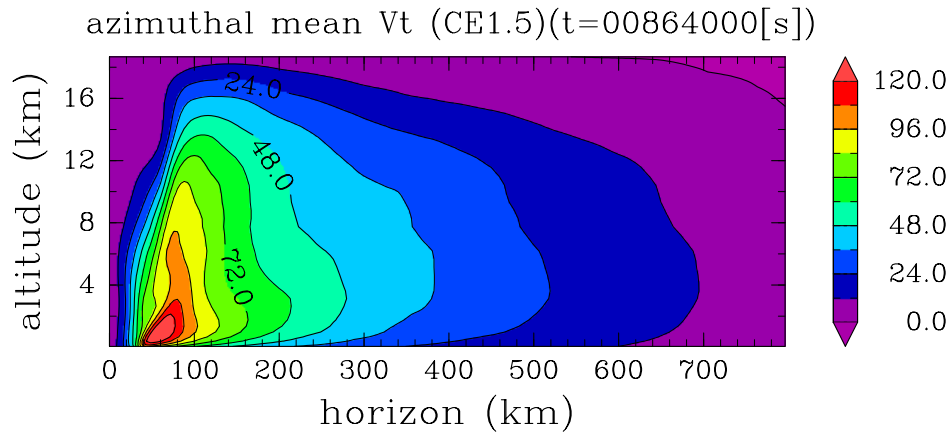
(b)



CONTOUR INTERVAL =  $2.500E-01$

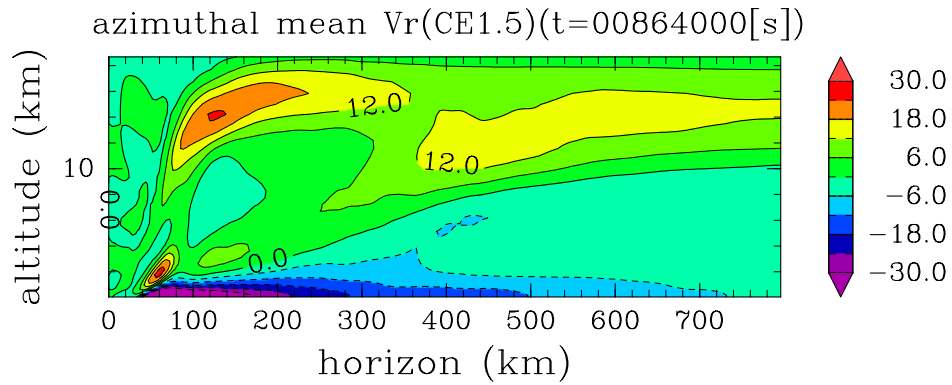
(c)

図 16: CE1.5CD1.5 における 240 時間での接線平均風 (a), 動径風 (b), 鉛直風 (c).



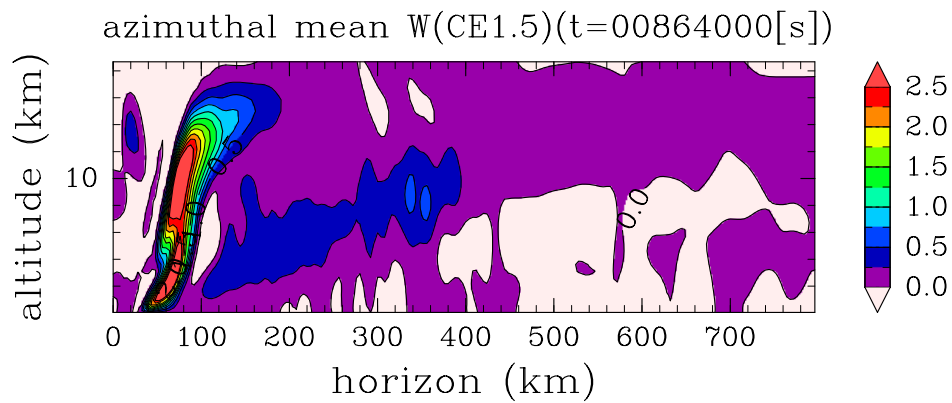
CONTOUR INTERVAL =  $1.200E+01$

(a)



CONTOUR INTERVAL =  $6.000E+00$

(b)



CONTOUR INTERVAL =  $2.500E-01$

(c)

図 17: CE1.5 における 240 時間での接線平均風 (a), 動径風 (b), 鉛直風 (c).

CR azimuthal anomaly PV(PVU)(t=00864000[s])

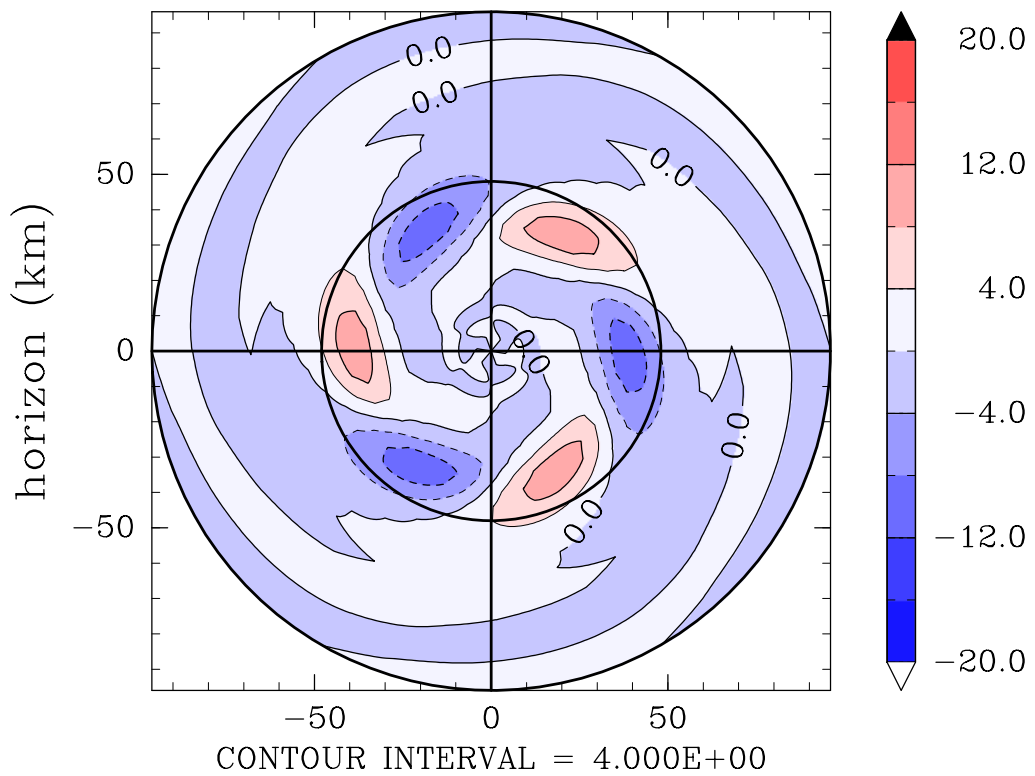


図 18: CTL の成熟期に見られる非軸対称構造の例. 高度 1.2 km における水平断面で, 中心は熱帯低気圧の最低地表面気圧点. ポテンシャル渦度の接線平均からのアノマリーのうち, 波数 3 型を取り出したもの. 単位は PVU.

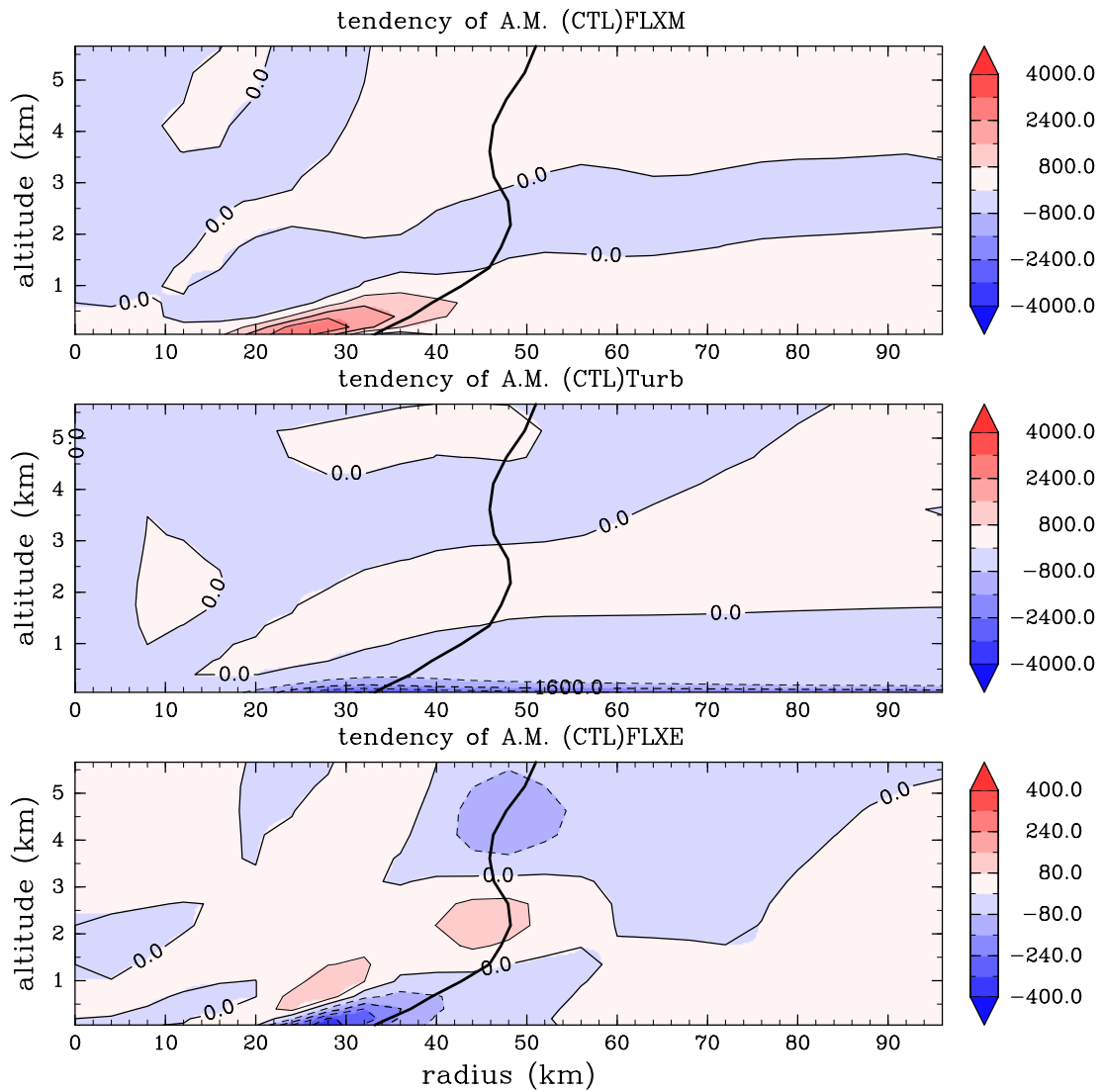


図 19: CTL の成熟期における軸対称成分による角運動量の加速 FLXM (上) と乱流過程による加速 (中), 非軸対称成分による加速 FLXE (下). 単位は  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ . 黒実線は最大風速半径.

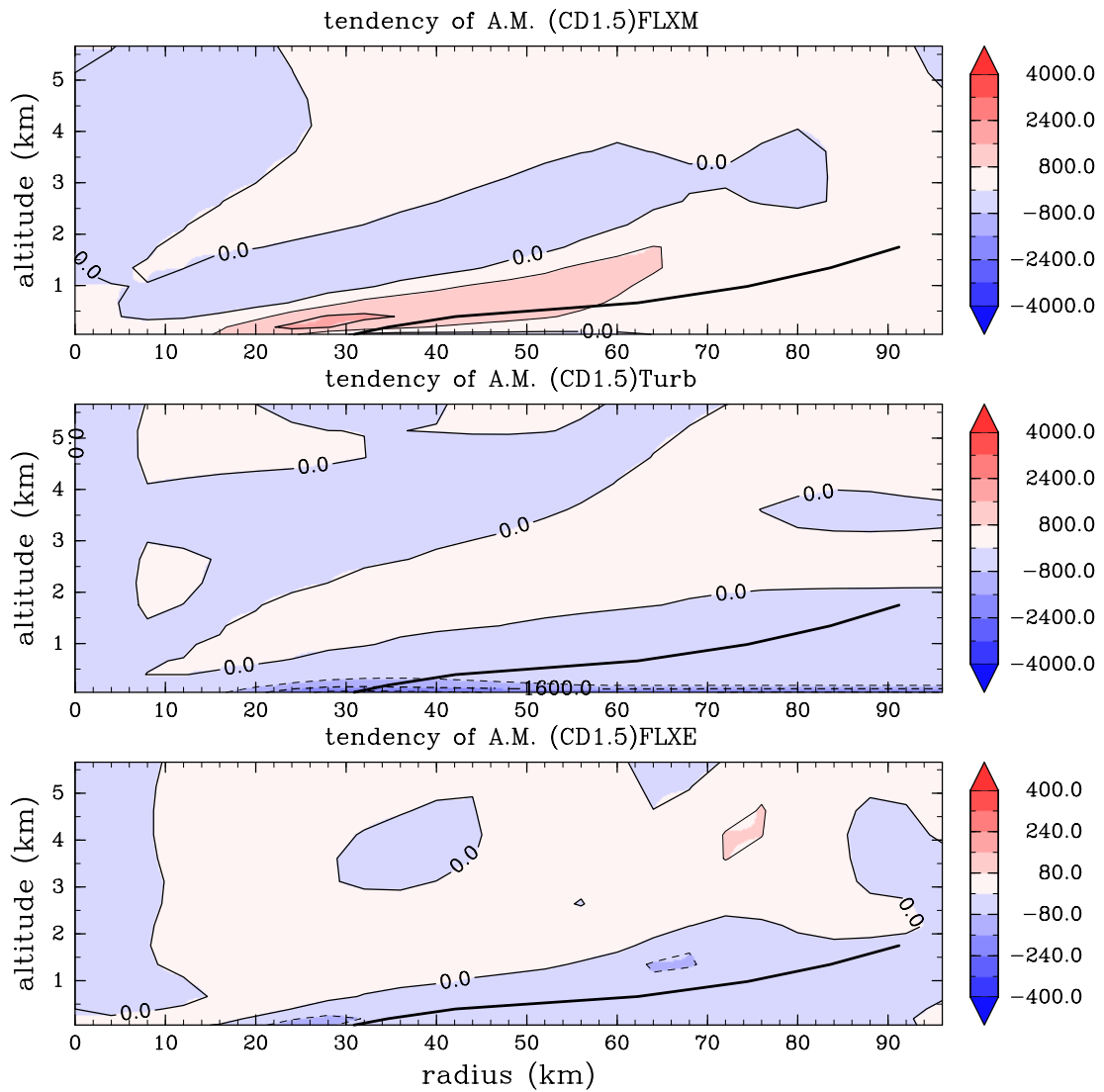


図 20: CD1.5 の成熟期における軸対称成分による角運動量の加速 FLXM (上) と乱流過程による加速 (中), 非軸対称成分による加速 FLXE (下). 単位は  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ . 黒実線は最大風速半径.

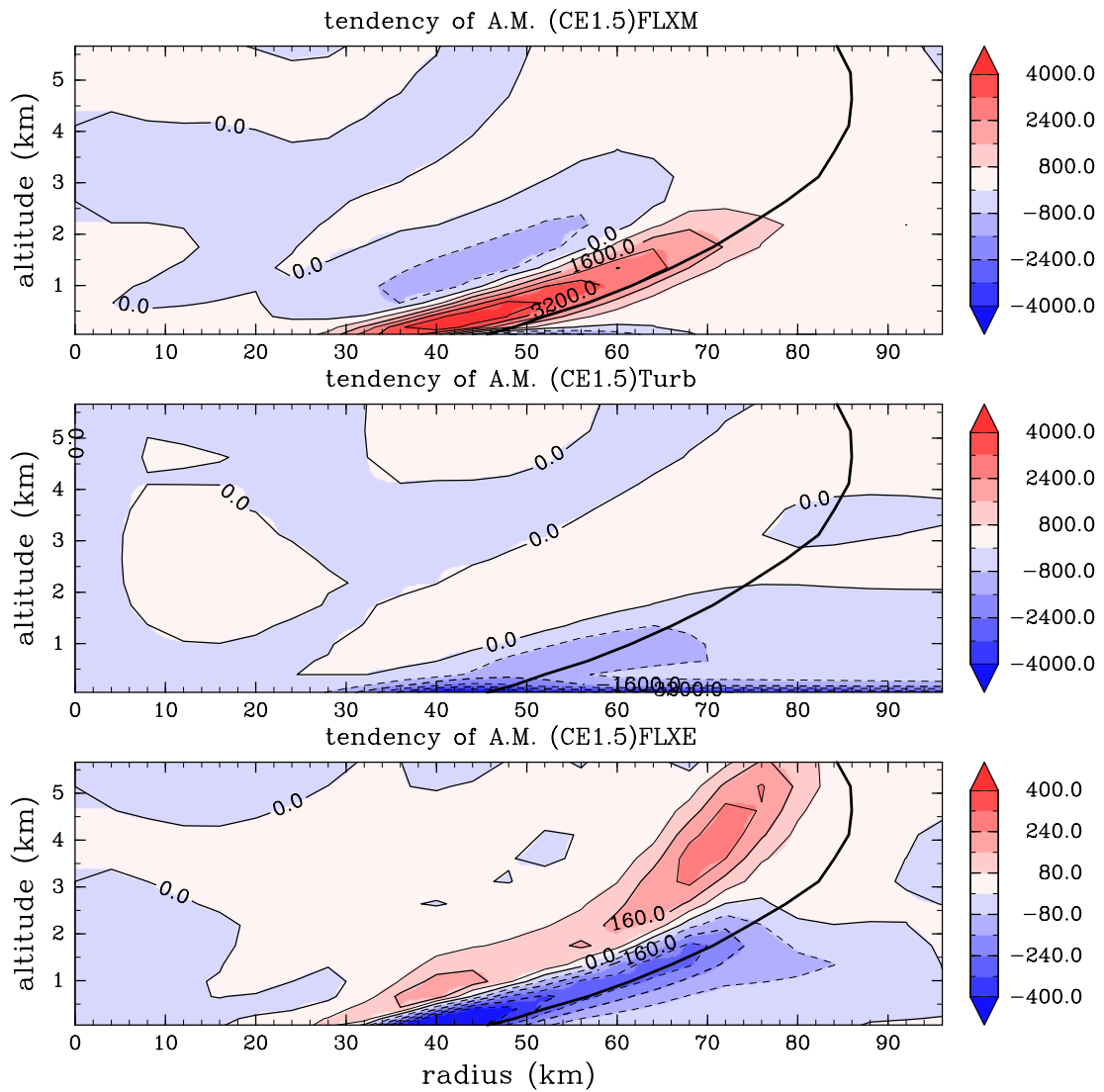


図 21: CE1.5 の成熟期における軸対称成分による角運動量の加速 FLXM (上) と乱流過程による加速 (中), 非軸対称成分による加速 FLXE (下). 単位は  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ . 黒実線は最大風速半径.

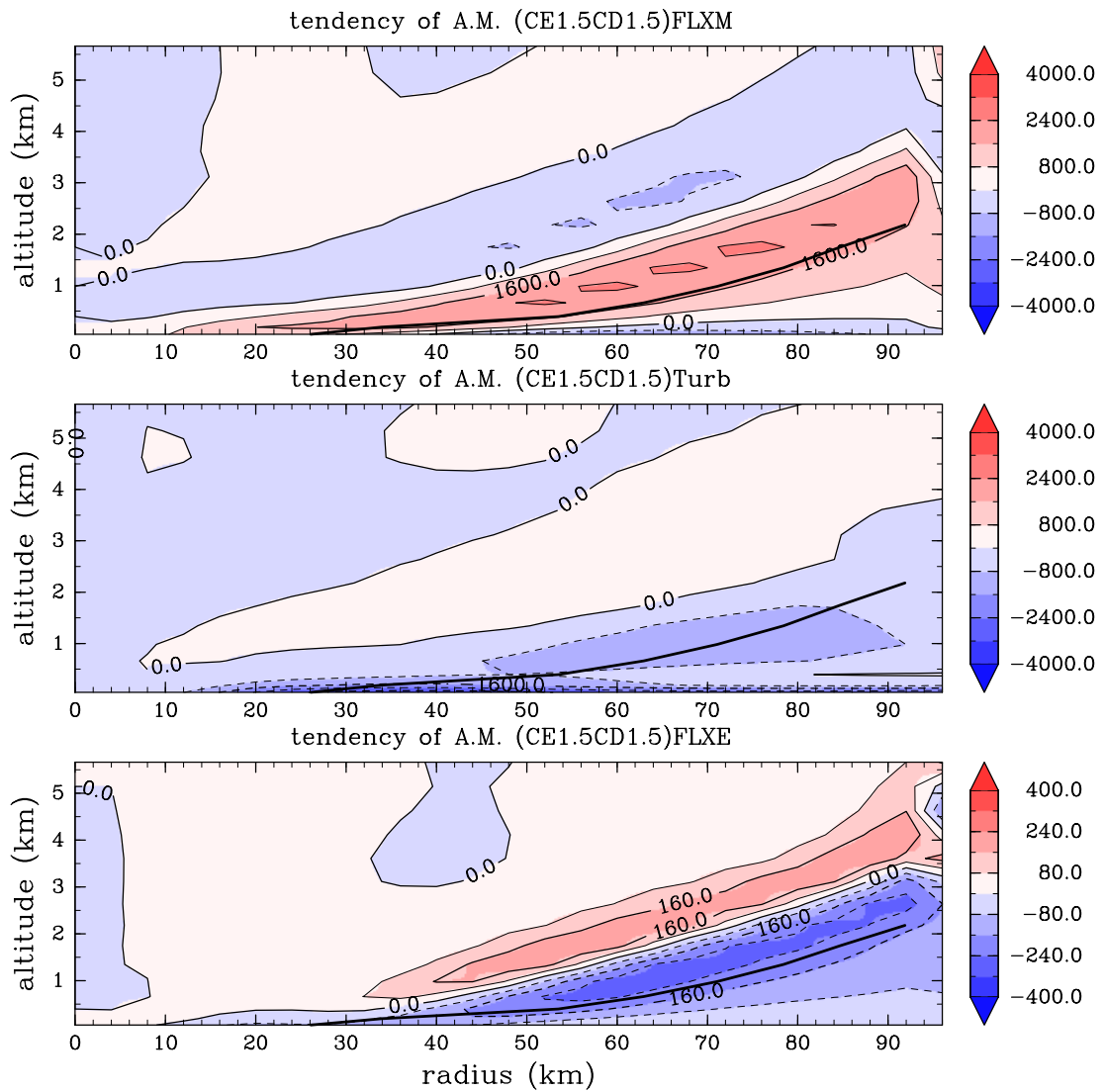


図 22: CE1.5CD1.5 の成熟期における軸対称成分による角運動量の加速 FLXM (上) と乱流過程による加速 (中), 非軸対称成分による加速 FLXE (下). 単位は  $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ . 黒実線は最大風速半径.

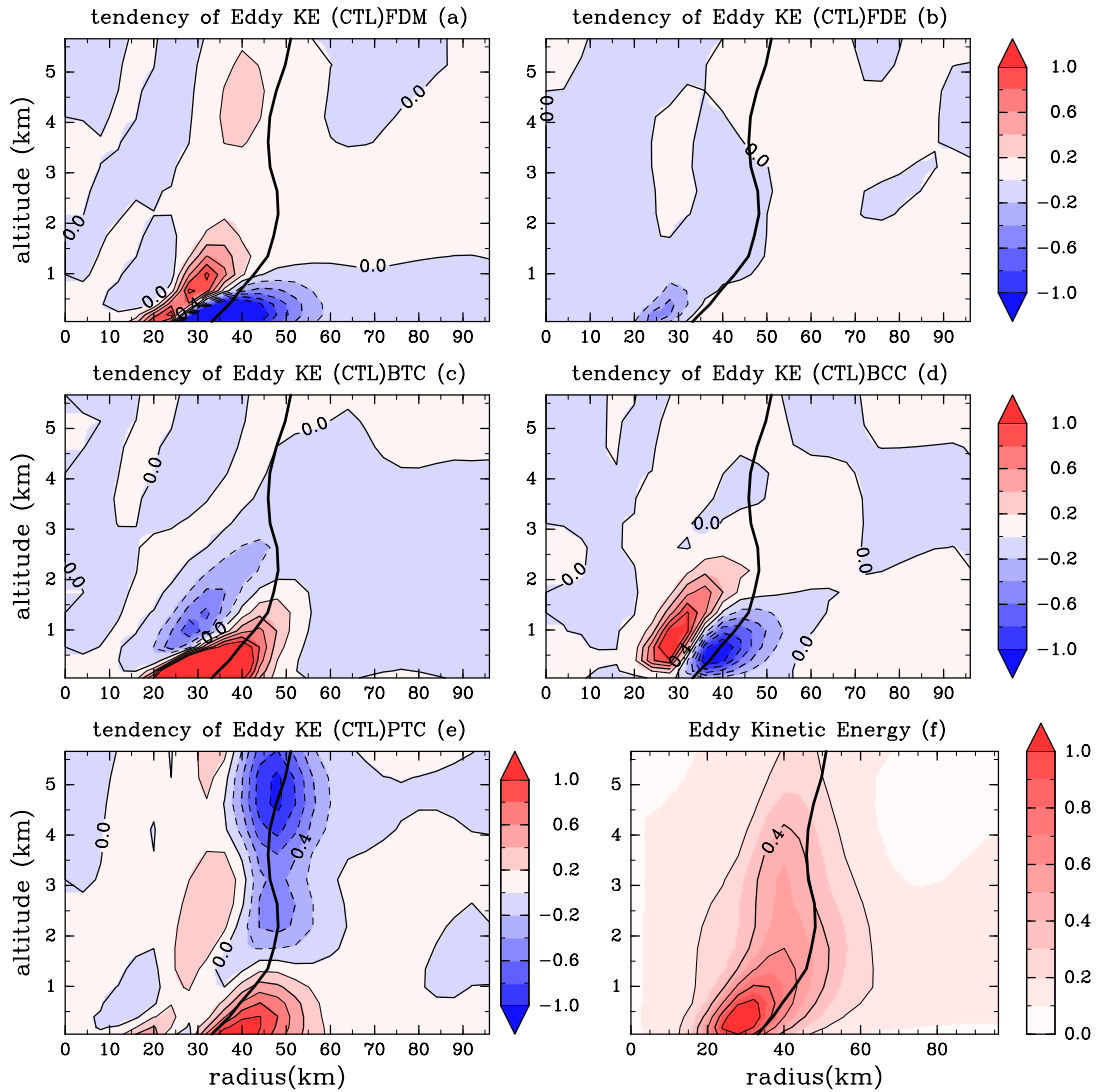


図 23: CTL の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) FDM, (b) FDE, (c) BTC, (d) BCC, (e) PTC. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . ただし, (f) は非軸対称成分の水平運動エネルギーを表し, 単位は  $\times 100\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ . 黒実線は最大風速半径.



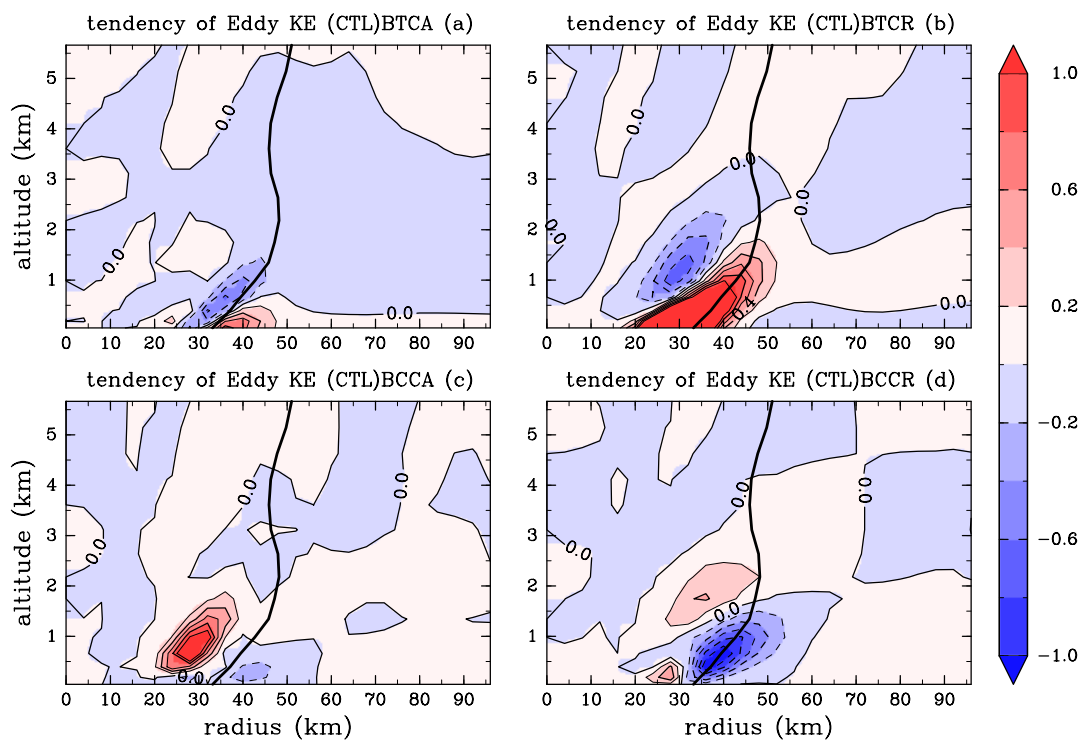


図 24: CTL の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) BTCA, (b) BTRC, (c) BCCA, (d) BCCR. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . 黒実線は最大風速半径.

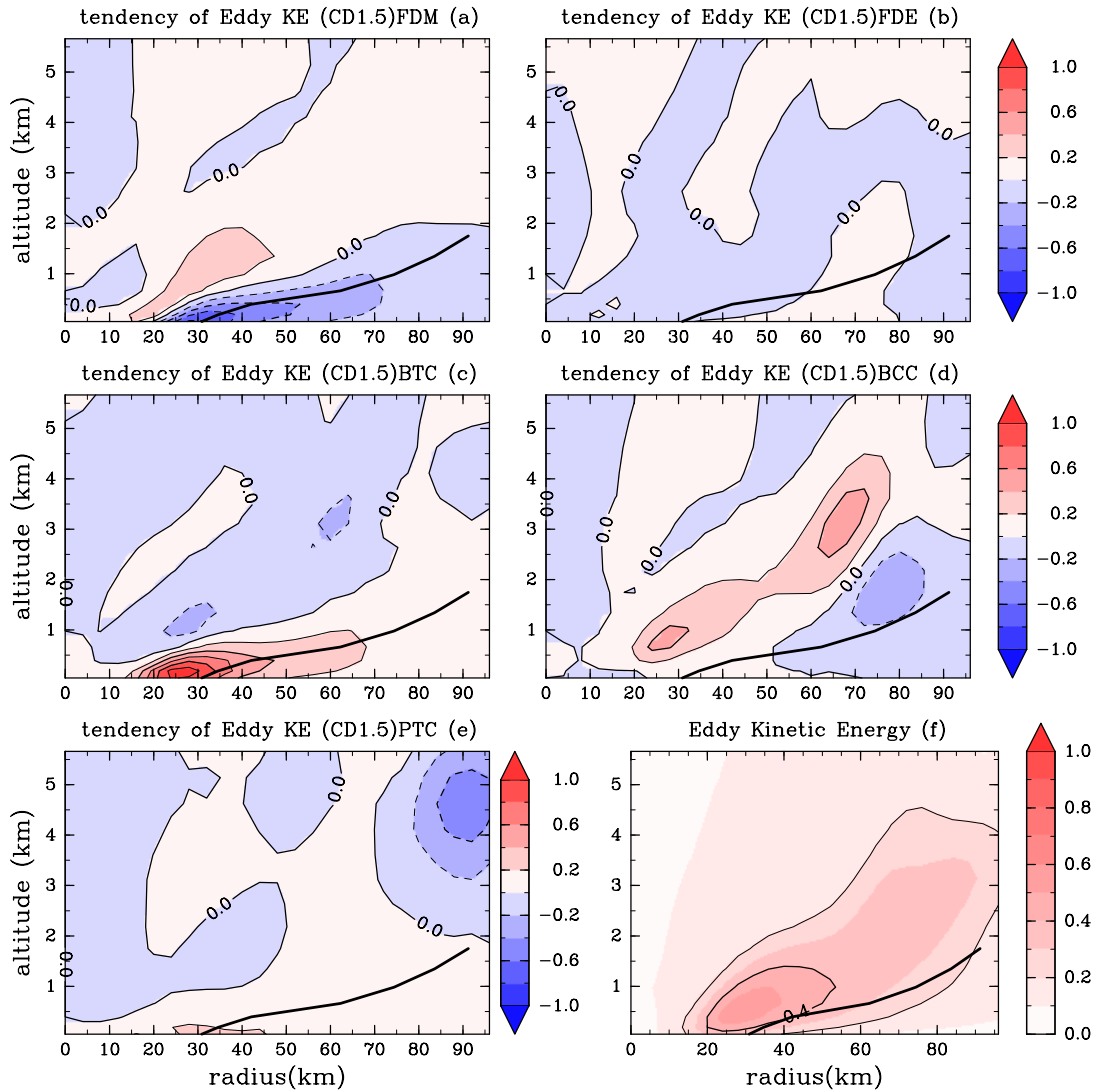


図 25: CD1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) FDM, (b) FDE, (c) BTC, (d) BCC, (e) PTC. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . ただし, (f) は非軸対称成分の水平運動エネルギーを表し, 単位は  $\times 100\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ . 黒実線は最大風速半径.

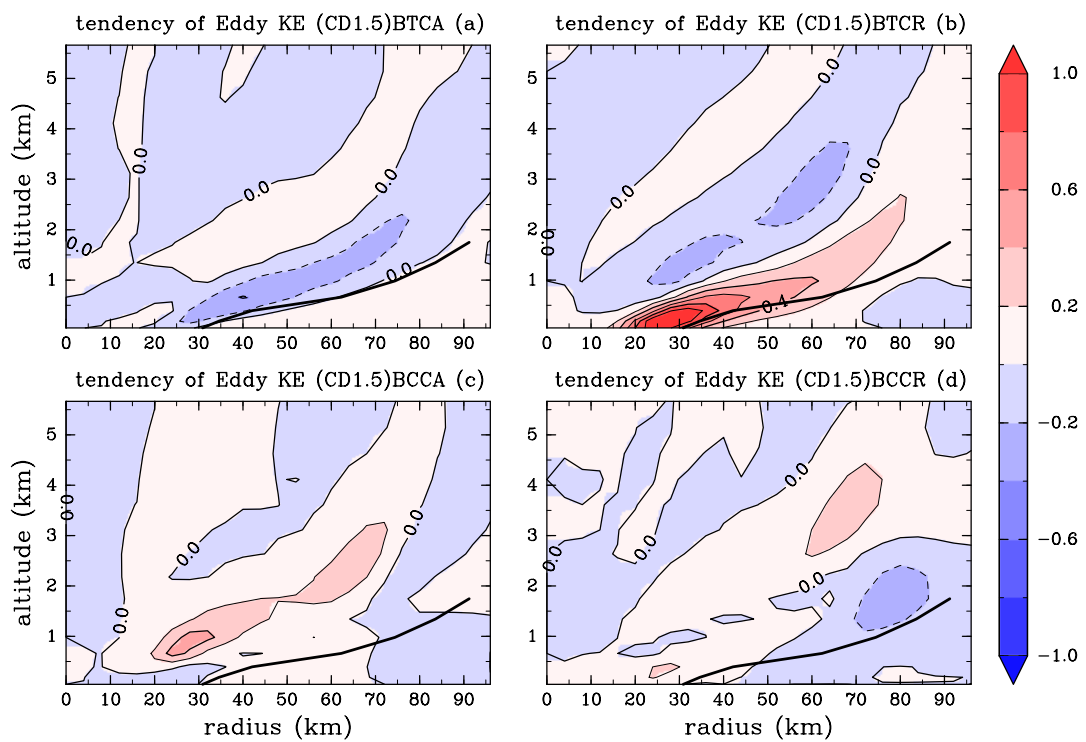


図 26: CD1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) BTCA, (b) BTRC, (c) BCCA, (d) BCCR. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . 黒実線は最大風速半径.

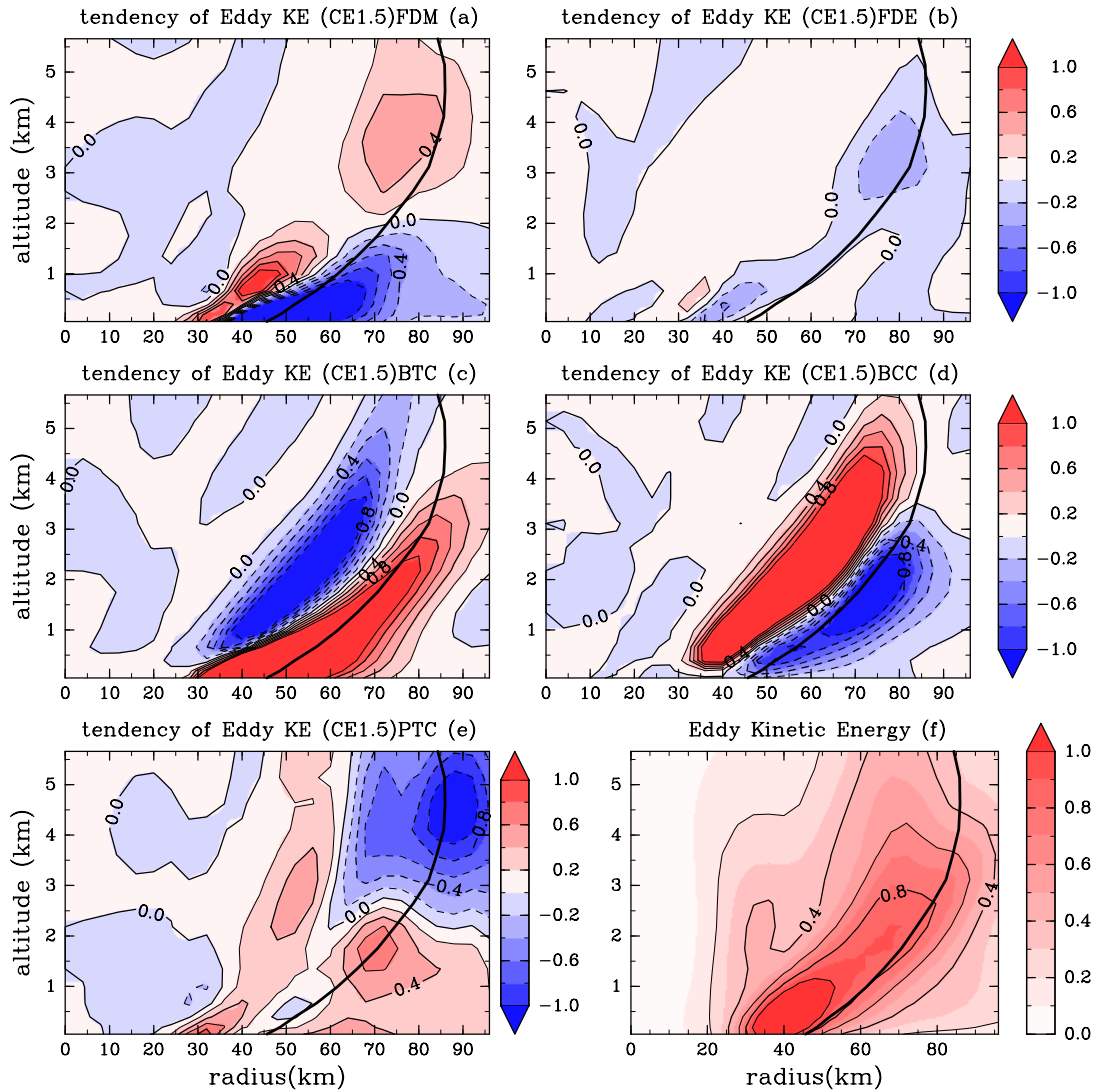


図 27: CE1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) FDM, (b) FDE, (c) BTC, (d) BCC, (e) PTC. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . ただし, (f) は非軸対称成分の水平運動エネルギーを表し, 単位は  $\times 100\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ . 黒実線は最大風速半径.

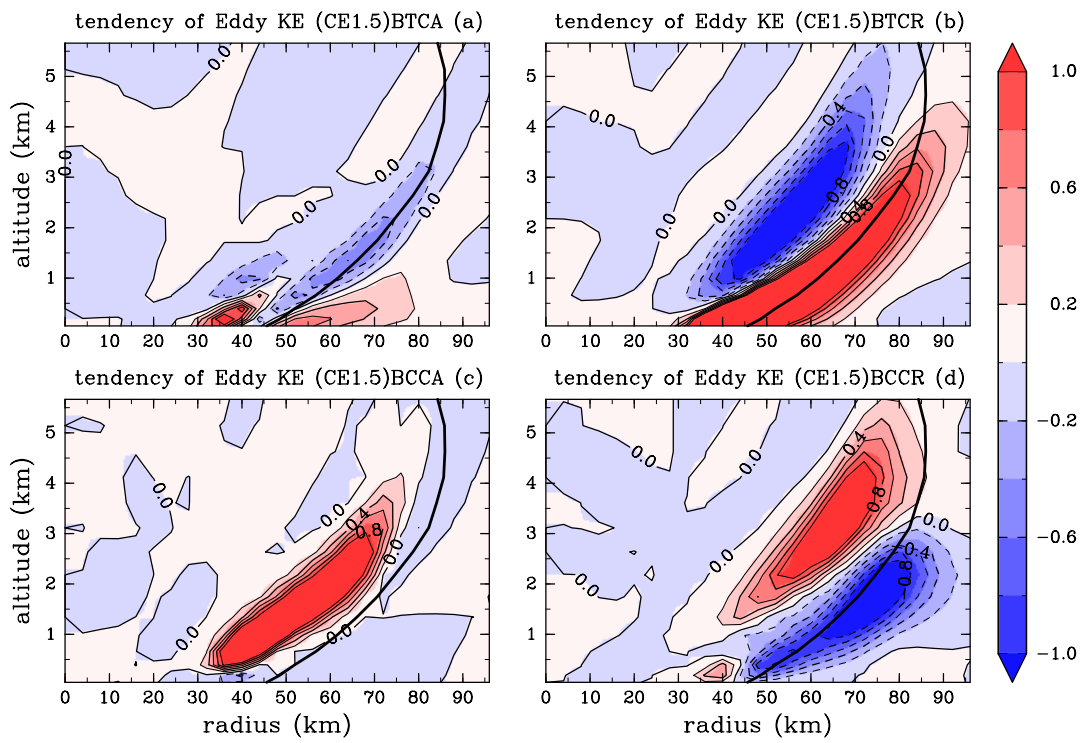


図 28: CE1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) BTCA, (b) BTCR, (c) BCCA, (d) BCCR. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . 黒実線は最大風速半径.

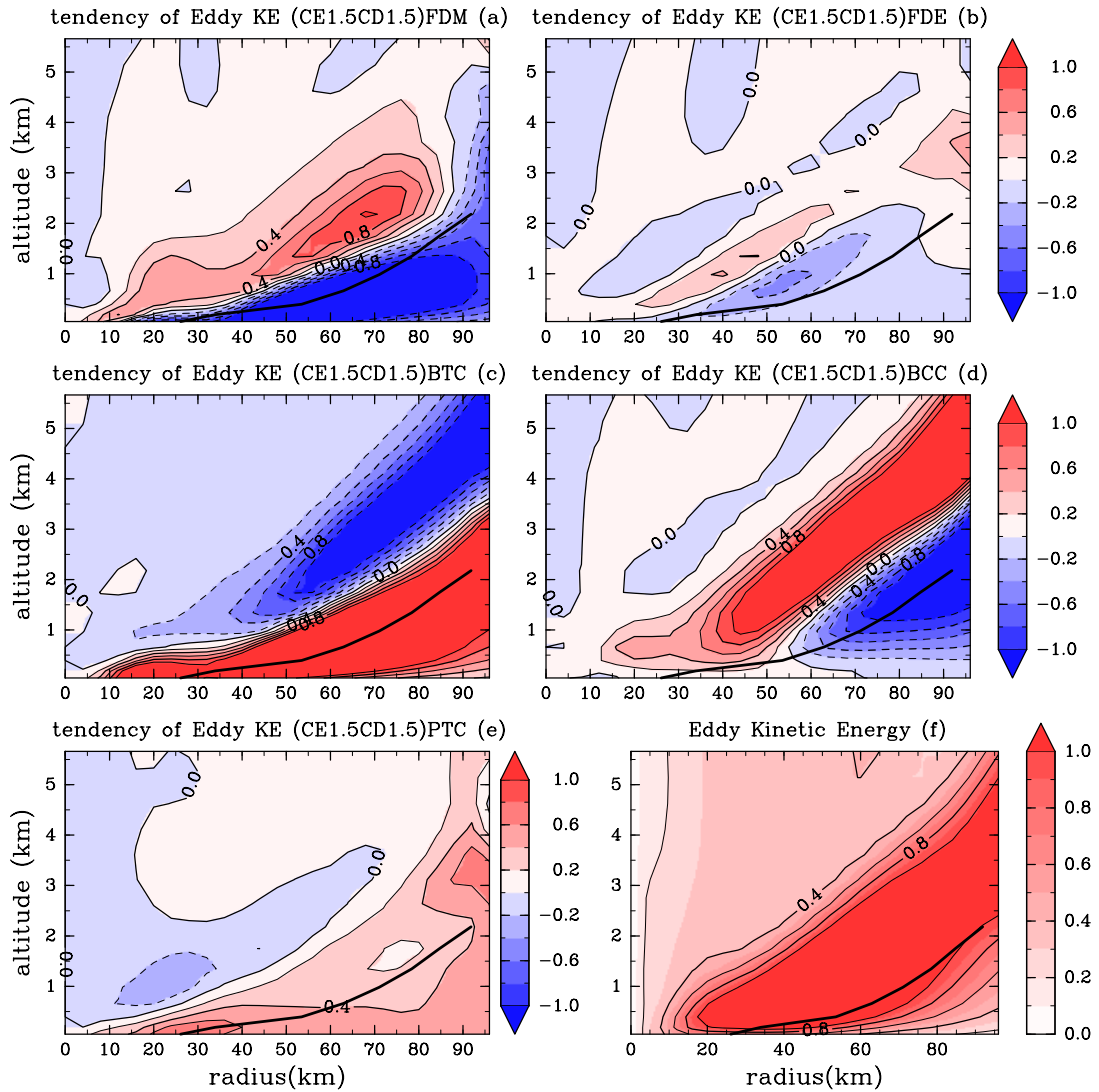


図 29: CE1.5CD1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) FDM, (b) FDE, (c) BTC, (d) BCC, (e) PTC. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . ただし, (f) は非軸対称成分の水平運動エネルギーを表し, 単位は  $\times 100\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ . 黒実線は最大風速半径.

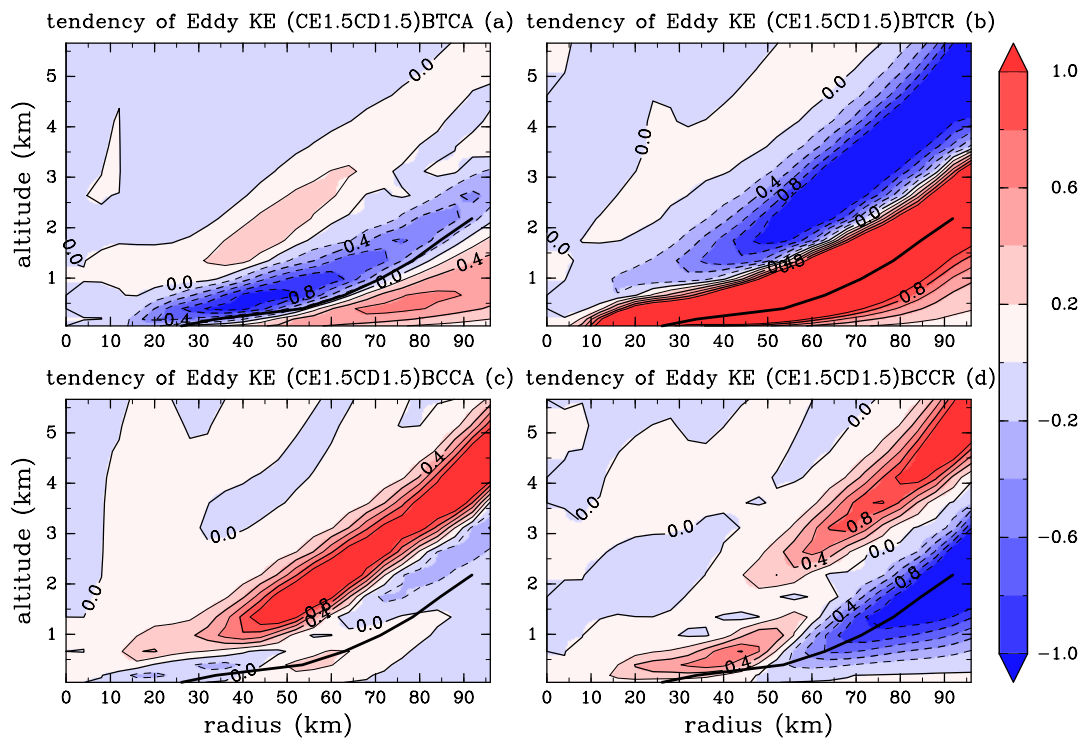


図 30: CE1.5CD1.5 の成熟期におけるエネルギー収支解析の各項. (a) BTCA, (b) BTCR, (c) BCCA, (d) BCCR. 単位は  $\times 0.1\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ . 黒実線は最大風速半径.

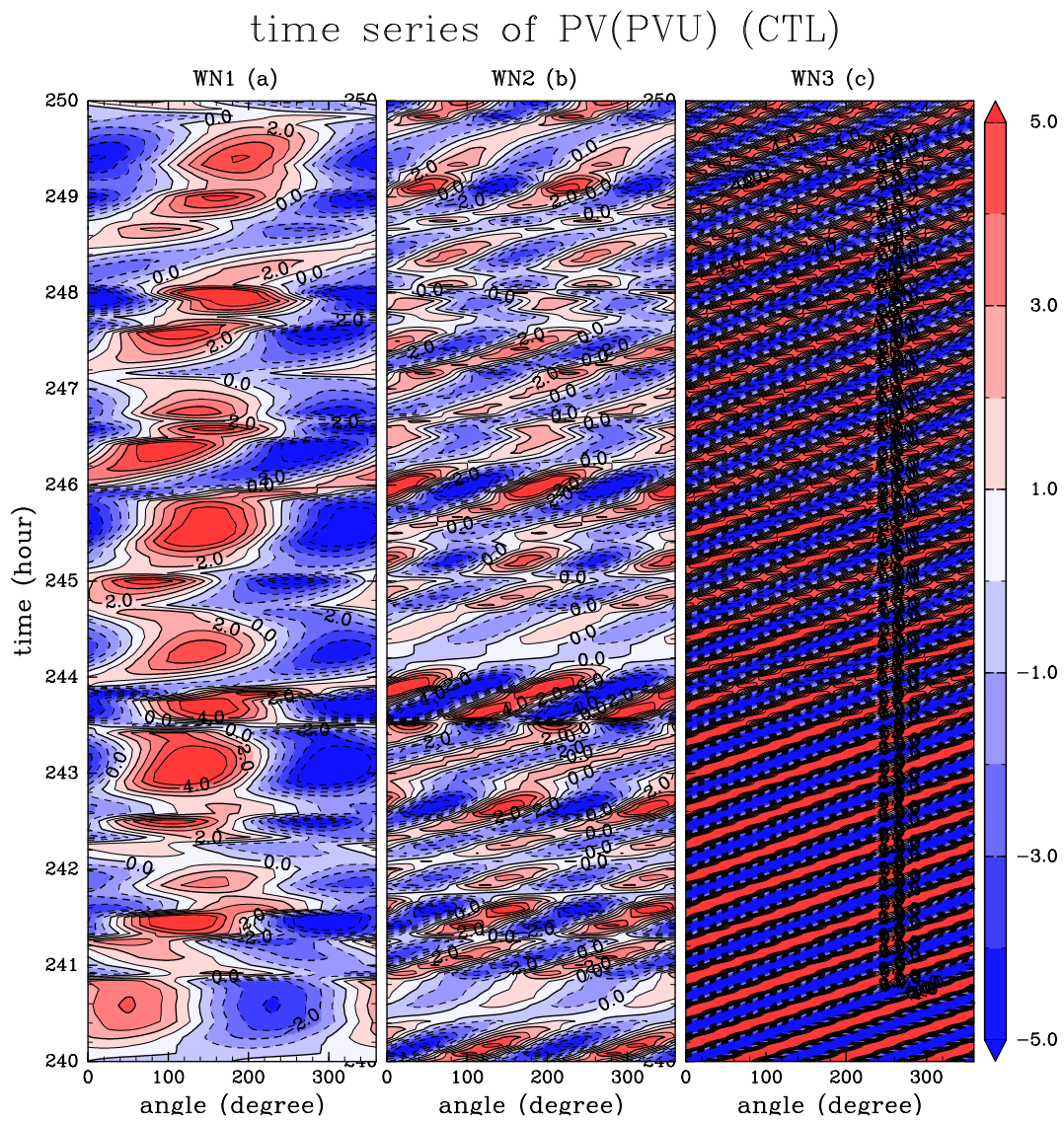


図 31: CTL における最大風速半径付近の接線方向の波の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.



time series of PV(PVU) (CTL)

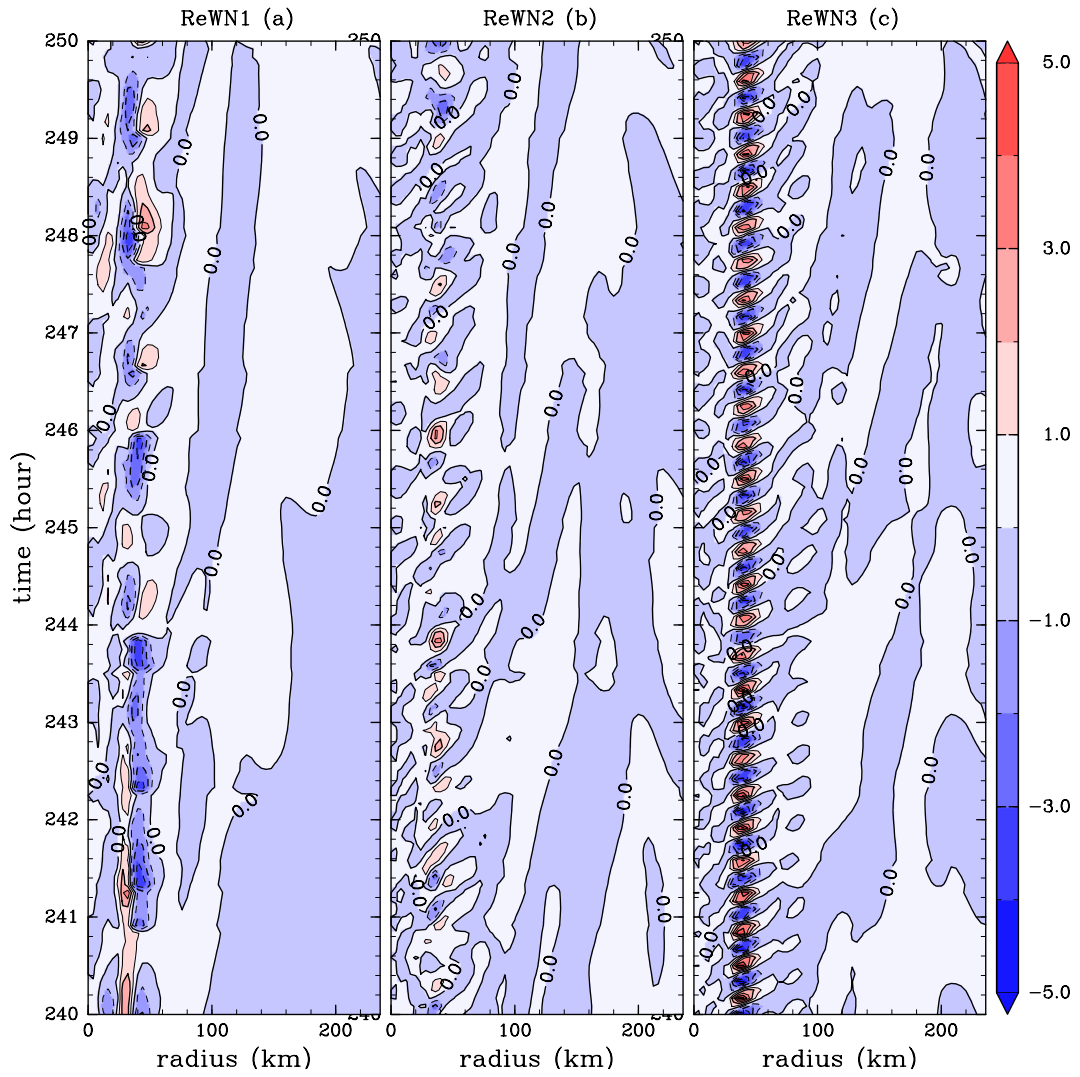


図 32: CTL における動径方向の波の実数成分の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

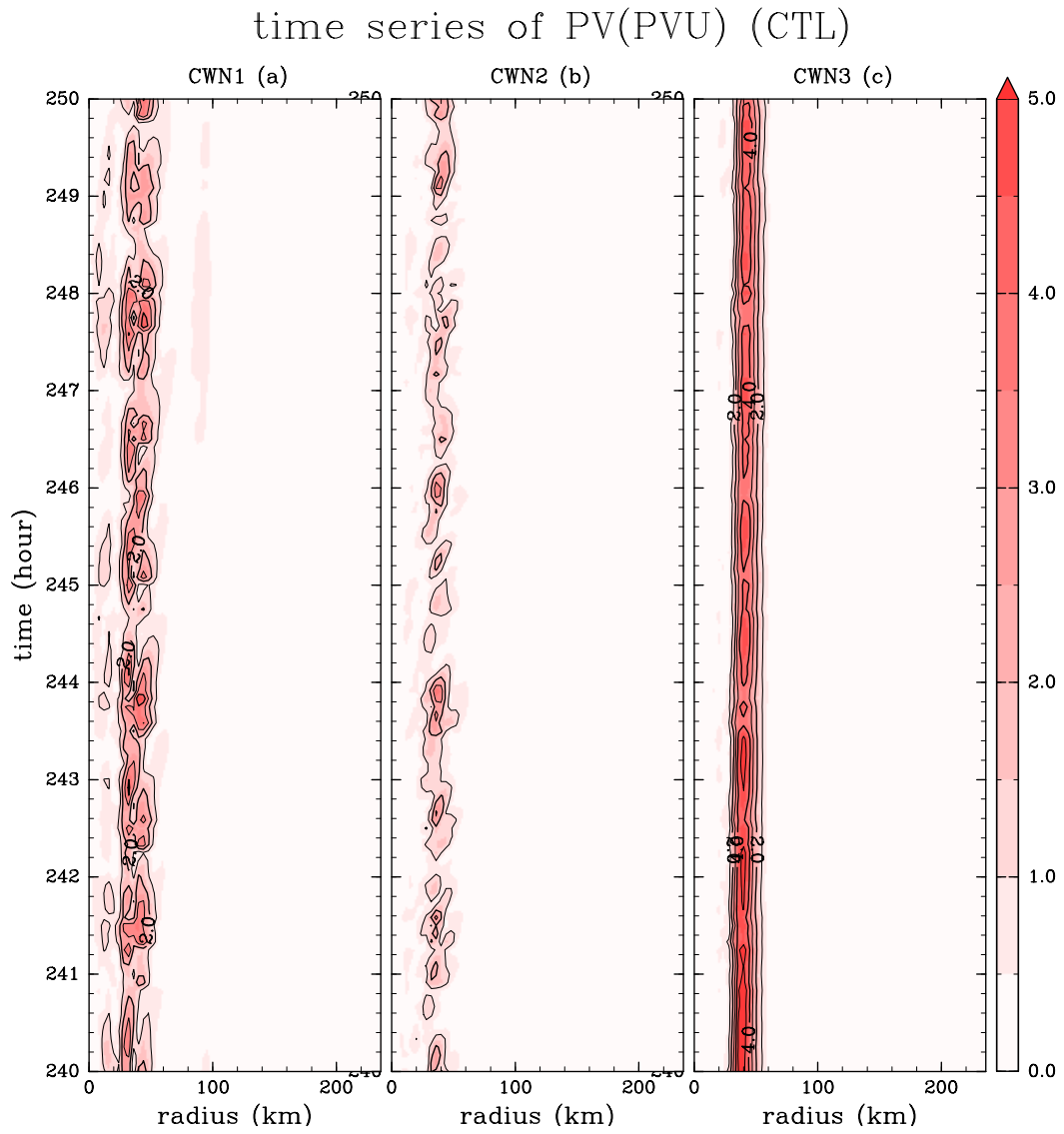


図 33: CTL における動径方向の波のパワーの時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

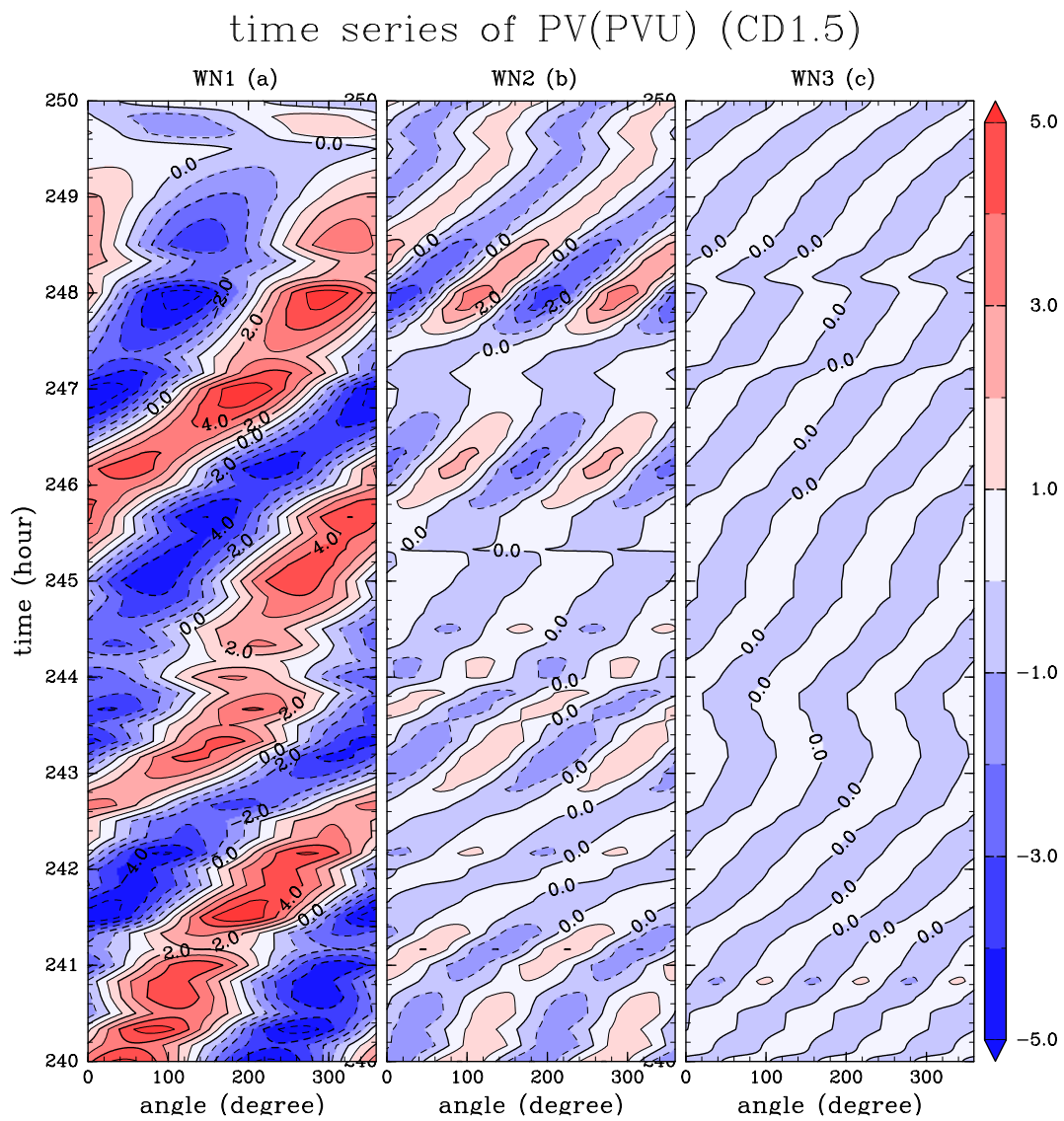


図 34: CD1.5 における最大風速半径付近の接線方向の波の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

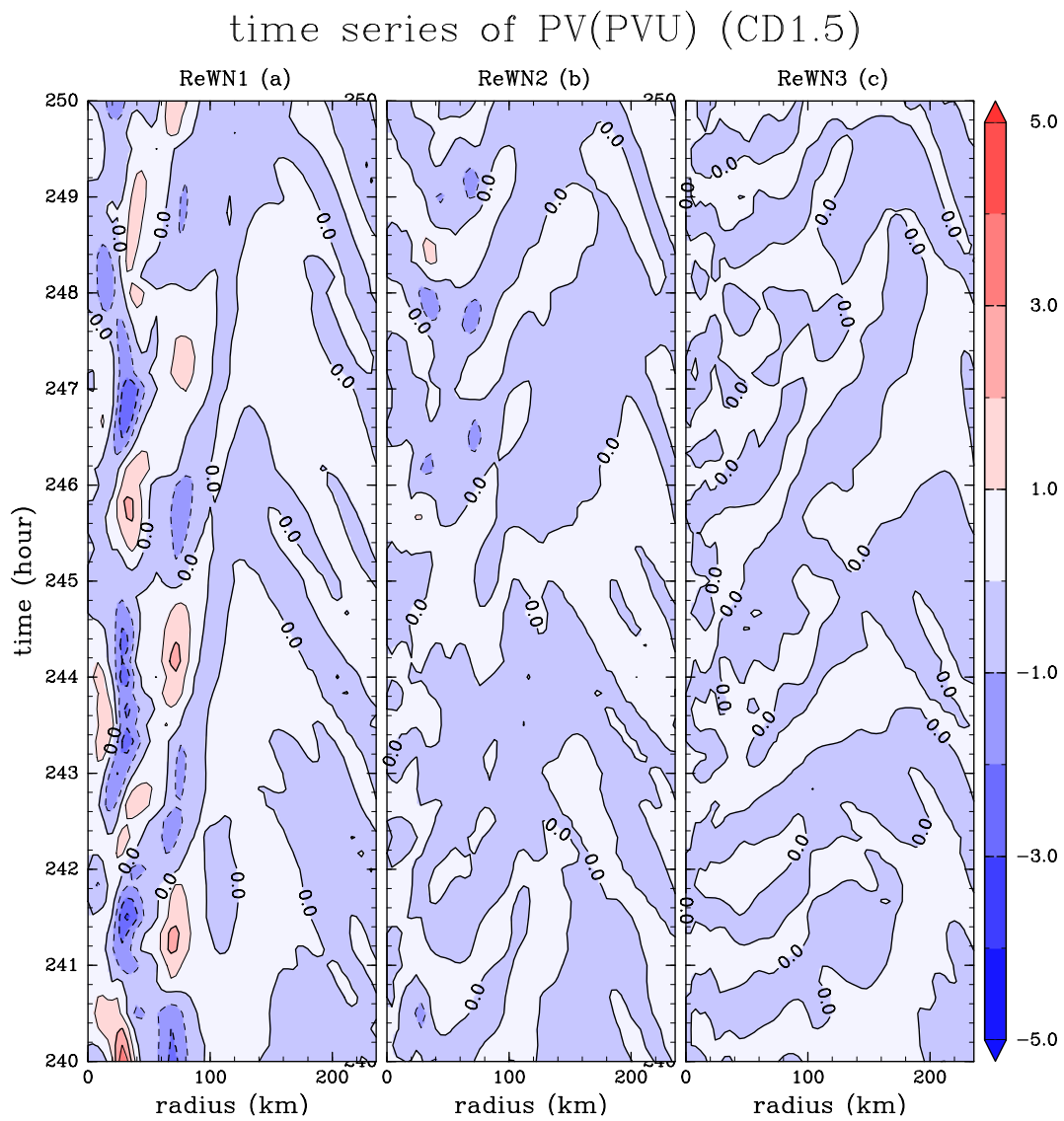


図 35: CD1.5 における動径方向の波の実数成分の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

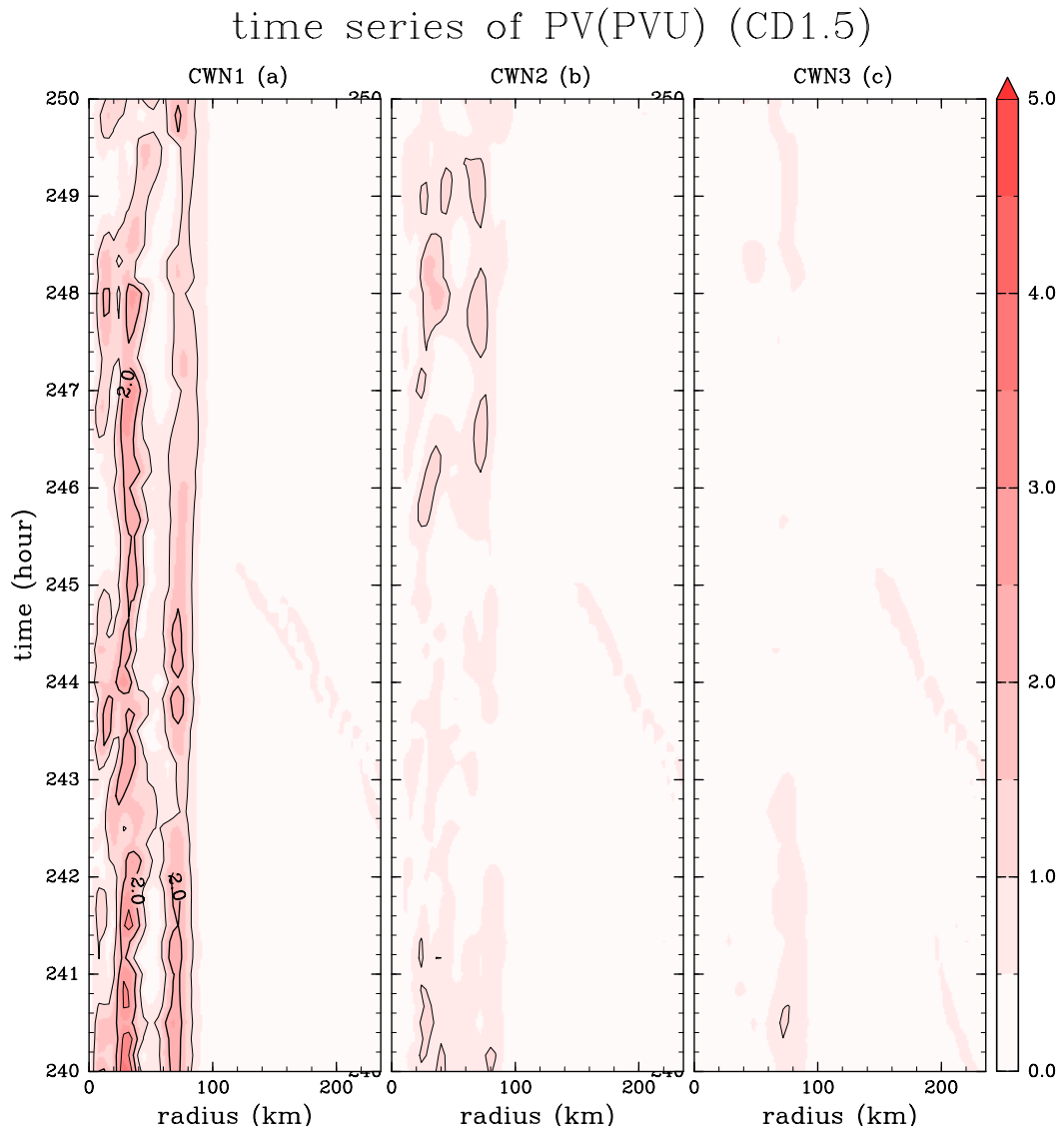


図 36: CD1.5 における動径方向の波のパワーの時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

time series of PV(PVU) (CE1.5)

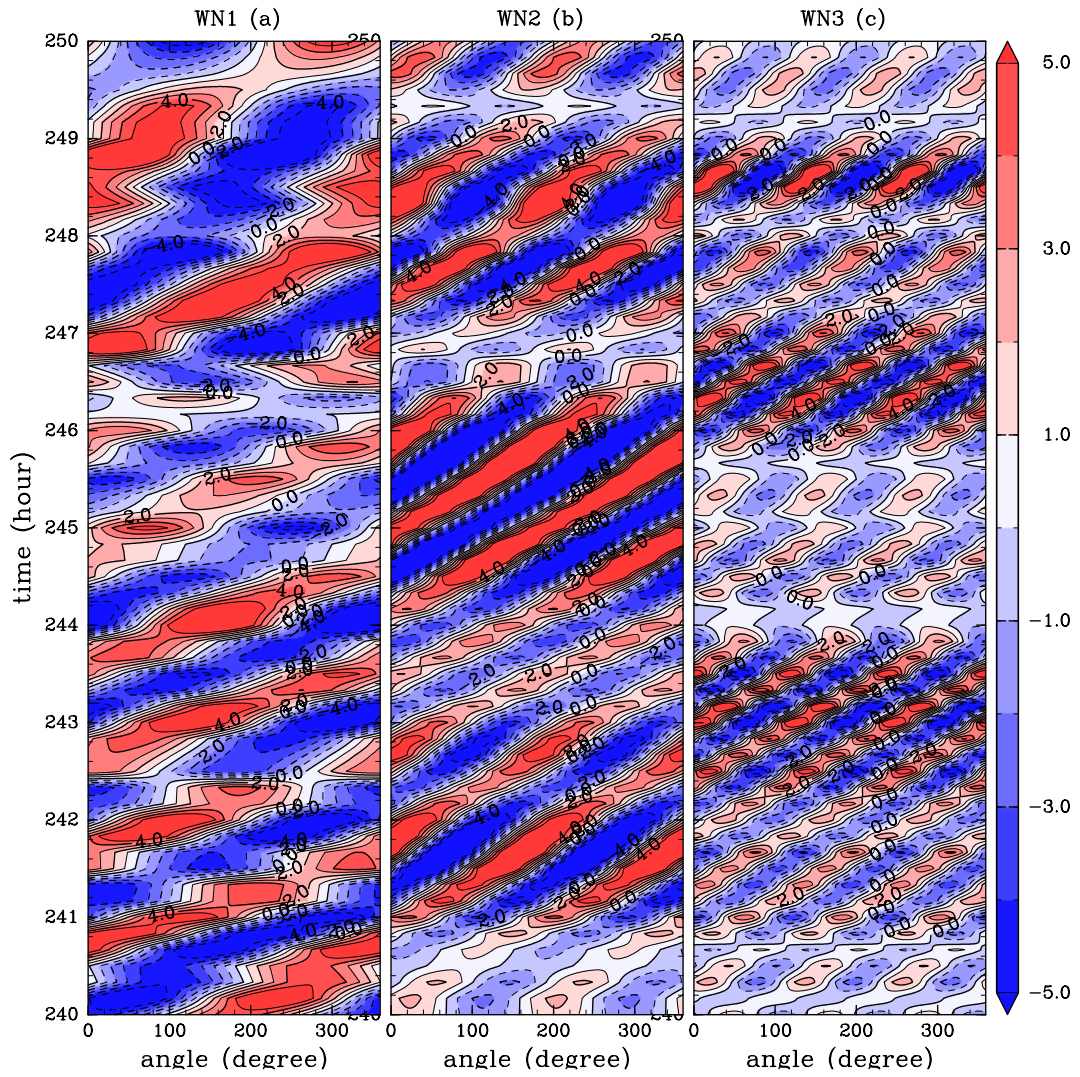


図 37: CE1.5 における最大風速半径付近の接線方向の波の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

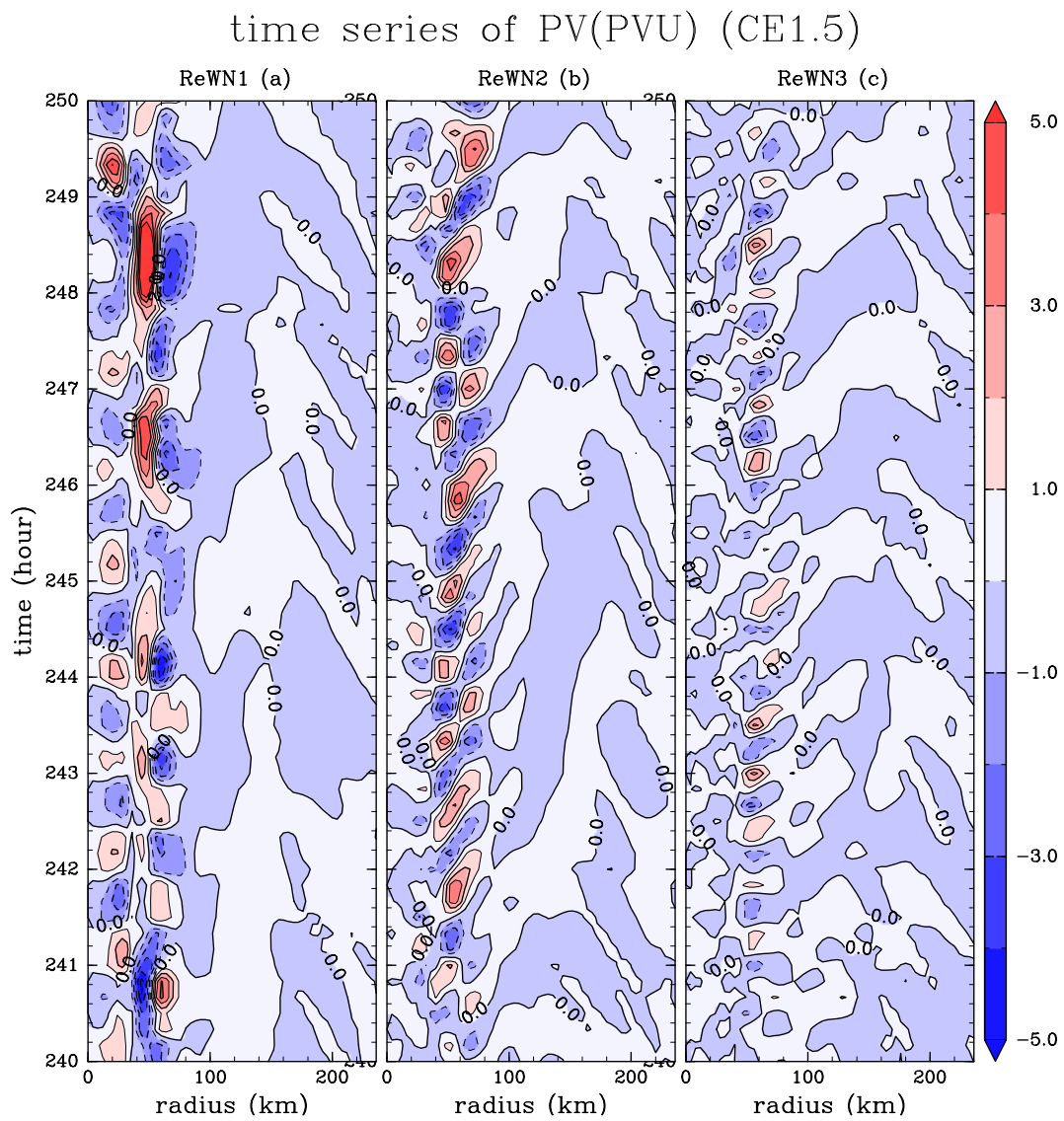


図 38: CE1.5 における動径方向の波の実数成分の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

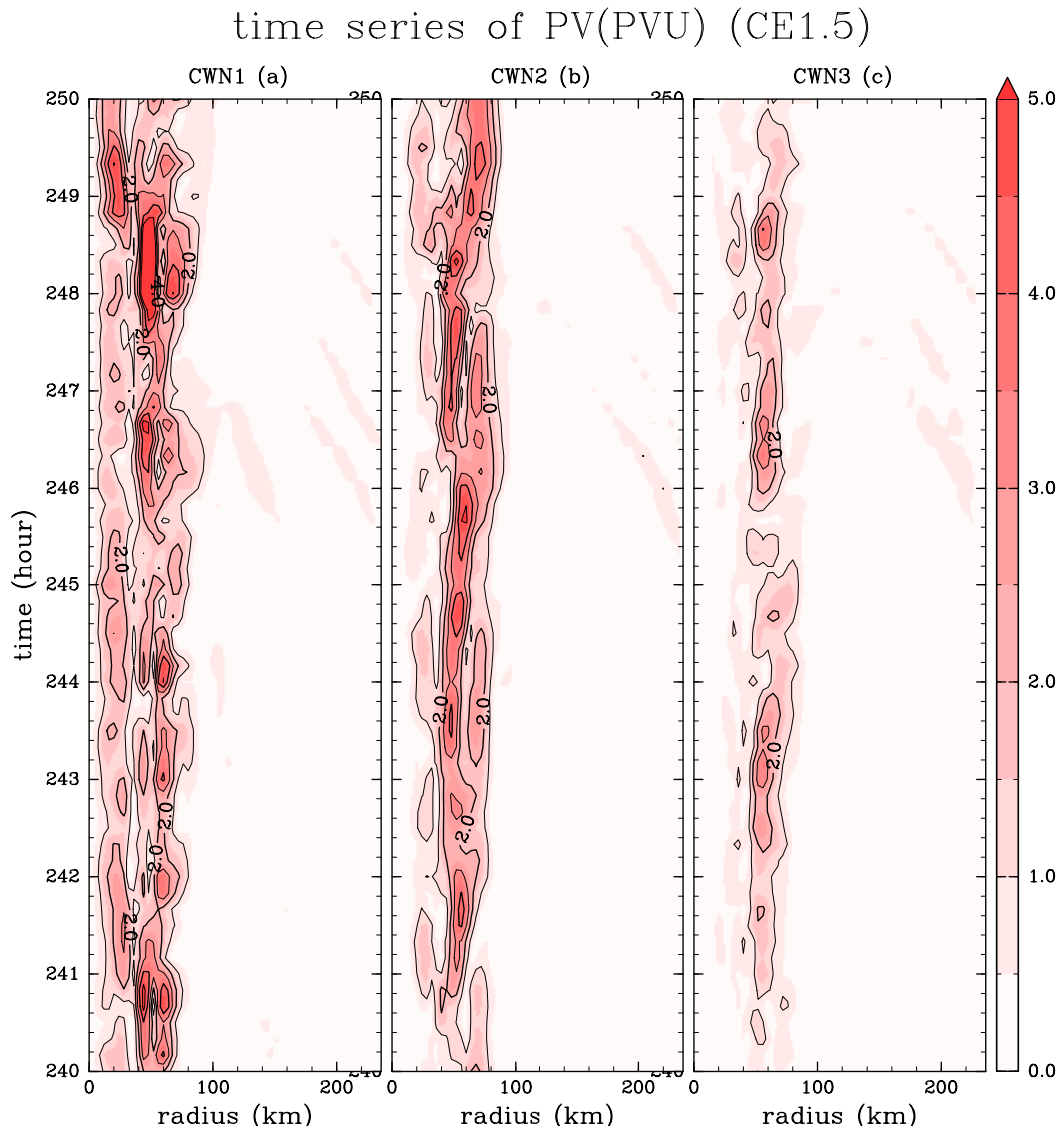


図 39: CE1.5 における動径方向のパワーの時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.



time series of PV(PVU) (CE1.5CD1.5)

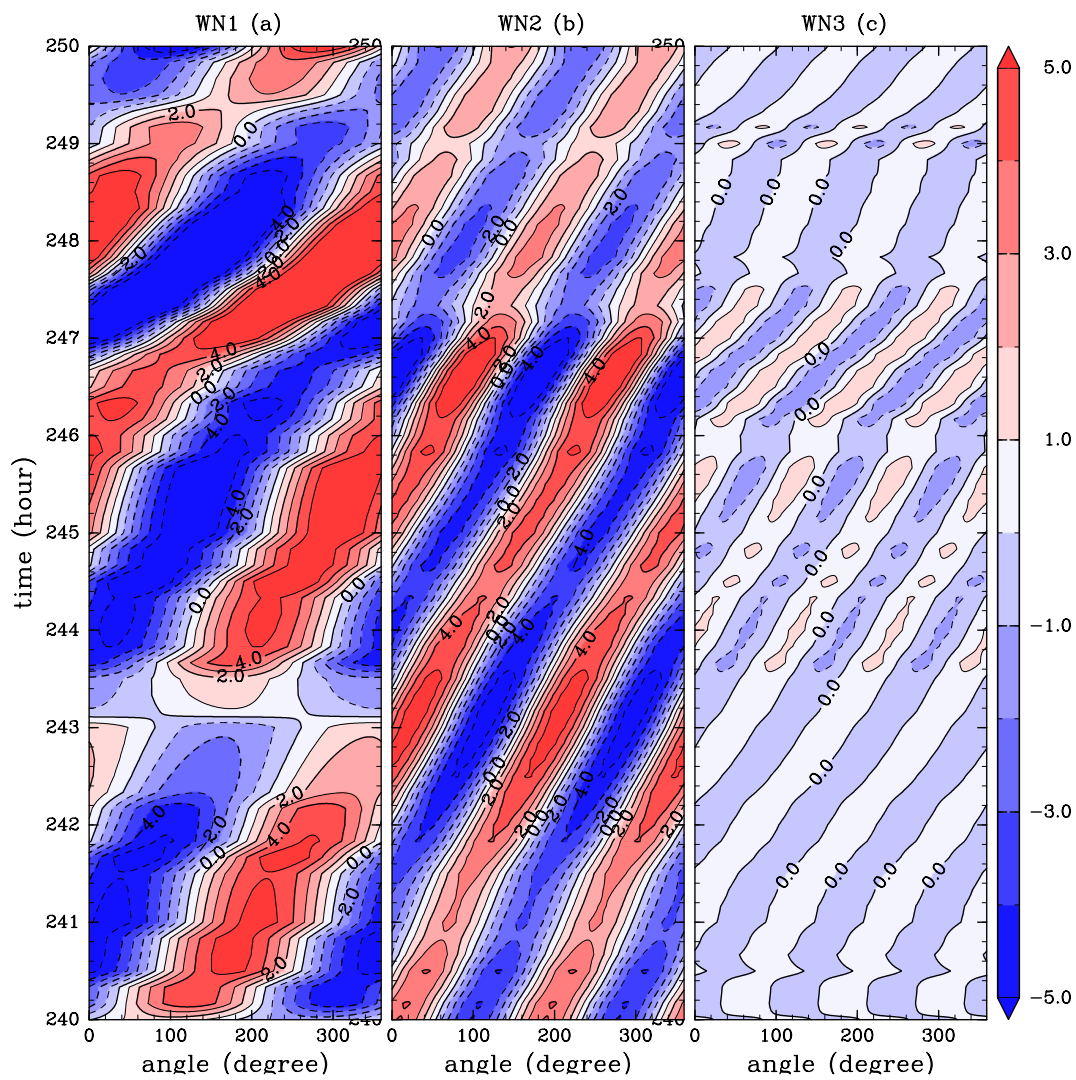


図 40: CE1.5CD1.5 における最大風速半径付近の接線方向の波の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

time series of PV(PVU) (CE1.5CD1.5)

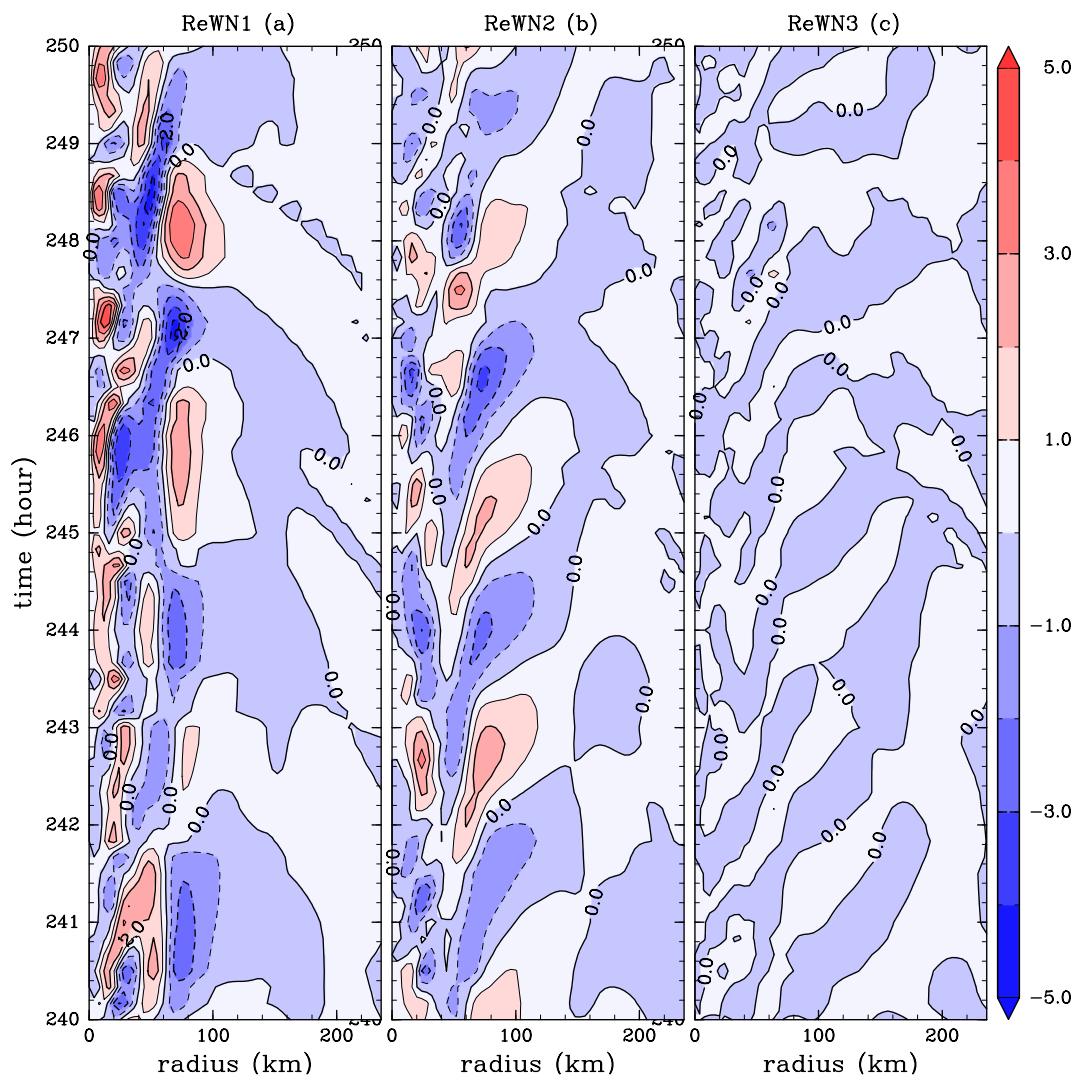


図 41: CE1.5CD1.5 における動径方向の波の実数成分の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

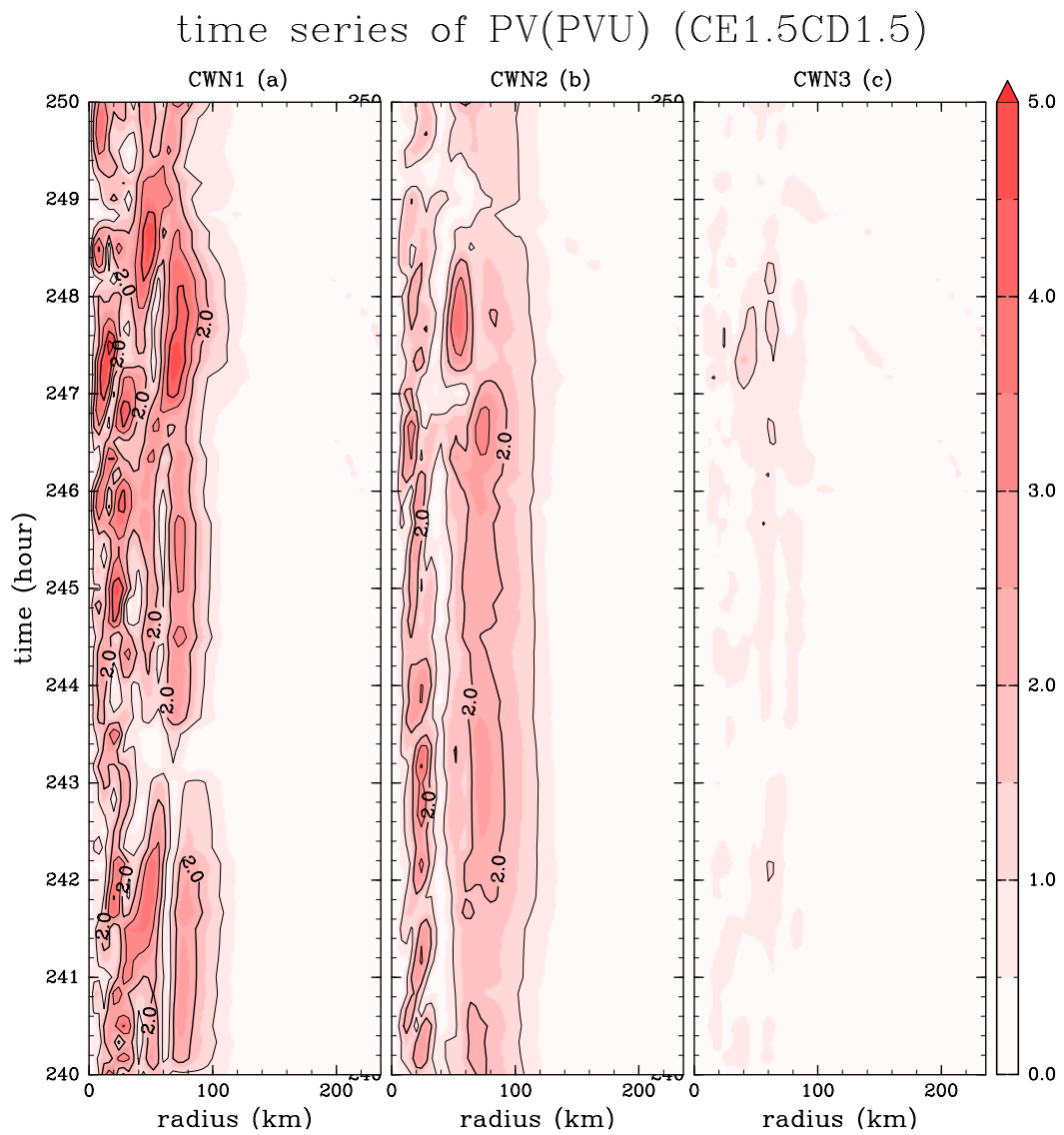


図 42: CE1.5CD1.5 における動径方向の波の振幅の時系列. (a) 波数 1, (b) 波数 2, (c) 波数 3. 単位はいずれも PVU.

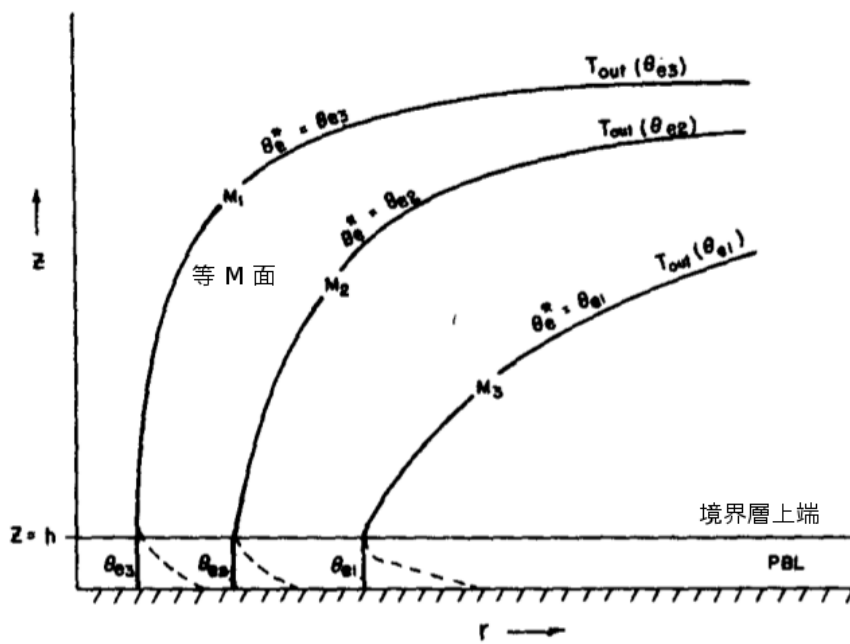
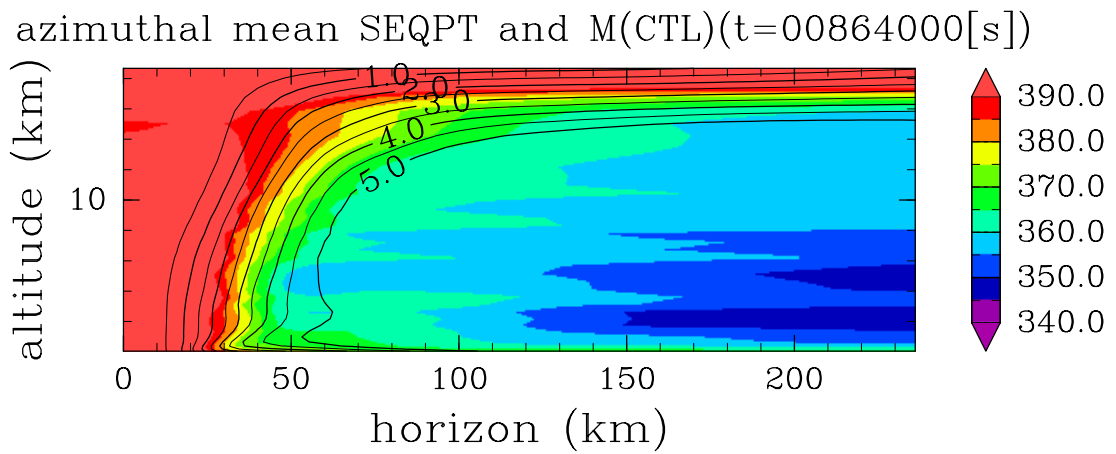


図 43: Emanuel (1986) における壁雲域での力学場 (角運動量分布) と熱力学場 (飽和相当温位分布) の概念図 (一部改変). 斜向対流に対して中立であるという条件と可逆大気であるという仮定から, 自由大気での角運動量面と飽和相当温位面は一致している.



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-01

図 44: コントロールランの準定常状態 (240 時間後) における接線平均した角運動量 (等値線) と飽和相当温位 (カラーシェード) の  $r-z$  分布. 単位は角運動量が  $\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , 飽和相当温位が K (描画の都合上, 中心から半径 250 km までの範囲のみ表示).