

ベータ平面上の準地衡流系における傾圧不安定の研究

神戸大学 理学部 地球惑星科学科
流体地球物理学教育研究分野 宮階 悠



図 1: 2017年1月8日15時の日本上空の衛星写真(tenki.jp ホームページより)

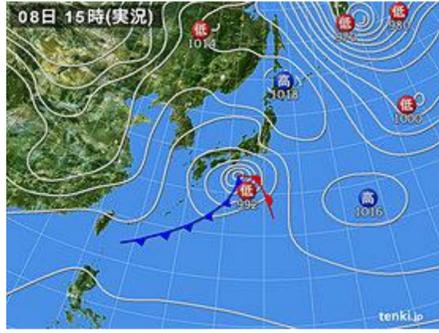


図 2: 2017年1月8日15時の日本上空の天気図(tenki.jp ホームページより)

● **研究内容**: 温帯低気圧の成因を物理的に理解することが本研究の目的である。その際重要となるのが傾圧不安定という概念である。本研究では地球の自転や流れの性質が傾圧不安定に与える影響を調べる。

- **傾圧とは**: 等圧面と等密度面が傾いた状態のこと。地球の中緯度大気はこの状態にある。
- **傾圧不安定とは**: 傾圧大気において、ある条件のもとで特定の波長をもった擾乱が成長すること。

● **問題設定**: Green (1960), Hirota (1968) を参考にする。

- **非粘性・非圧縮性流体の断熱的な運動を仮定**
- **流れの領域**: 水平方向はチャンネルで上下に剛体壁

- **境界条件**:
 - 東西方向: 周期境界
 - 鉛直, 南北方向: 境界において接線速度, 法線速度はともにゼロ

● **支配方程式**: ベータ平面上の準地衡流系を考える。

● **渦度方程式**: $\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + U \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 \psi + v \beta = f \frac{\partial}{\partial z} w$

● **熱力学方程式**: $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial z} \psi \right) + U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial z} \psi \right) - \Lambda \frac{\partial}{\partial x} \psi = -\frac{N^2}{f} w$

ψ : 流線関数
 N : 浮力振動数
 $f = f_0 + \beta$
 Λ : コリオリパラメータ
 Λ : 鉛直シア
 U : 東西平均流速
 w : 鉛直流速

流線関数 ψ の定義: $u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ 渦度の定義: $\zeta = \nabla^2 \psi$

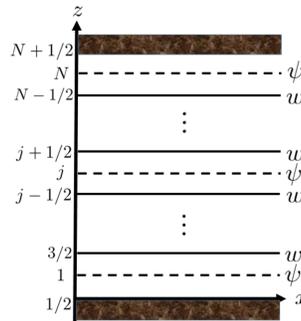
● **数値計算法**: 支配方程式を有限差分近似によって離散化することによって計算機での計算を可能にする。

● **空間差分**: 中央差分法

例: $\frac{\partial}{\partial z} \psi_j = \frac{\psi_{j+1/2} - \psi_{j-1/2}}{\Delta z}$

● **鉛直離散モデル**: 図 3 に示す。

図 3: 鉛直 N 層モデルにおける離散表現



● **固有値問題としての定式化**: 流線関数を以下のように仮定し、離散化した支配方程式に代入することで、 c を固有値とする一般化固有値問題に帰着させる。

$\psi = \hat{\psi} \exp\{ik(x - ct)\}$

c : 波の速度
 l : 東西波長
 $k = 2\pi/l$: 東西波数

● **不安定曲線の比較**: 図 4, 図 5 を参照。

※ 赤い実線は最大成長をつないだ線である。

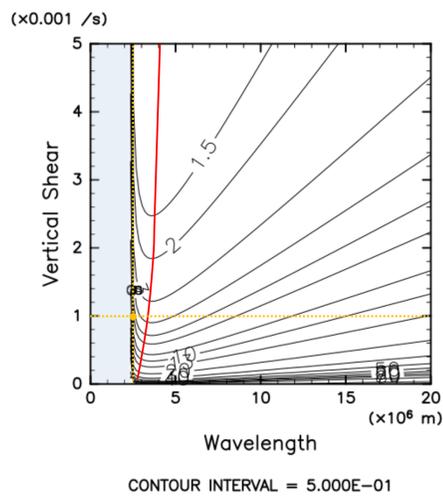


図 4: f 平面上の不安定波の成長時間の波長, シアー依存性

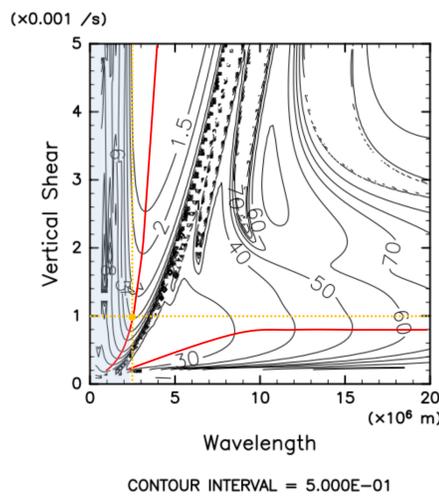


図 5: β 平面上の不安定波の成長時間の波長, シアー依存性

● **二つの不安定曲線の共通点**

f 平面上でも β 平面上でも短波長領域における最速成長擾乱の波長は数千 km。このスケールは実際の温帯低気圧のスケールと同程度である。

● **二つの不安定曲線の相違点**

- 短波長領域において f 平面上では short wavelength cut off が起きているが、 β 平面上ではそれが見られない。
- 長波長領域における成長率の波長, シアー依存性は f 平面上と β 平面上とで質的に異なる。

● **擾乱の鉛直構造の比較**: 図 6, 図 7 を参照。

※ 東西波長 $l = 2.5 \times 10^6$ m, 鉛直シア $\Lambda = 1.0 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ である場合の流線関数の擾乱の鉛直構造。

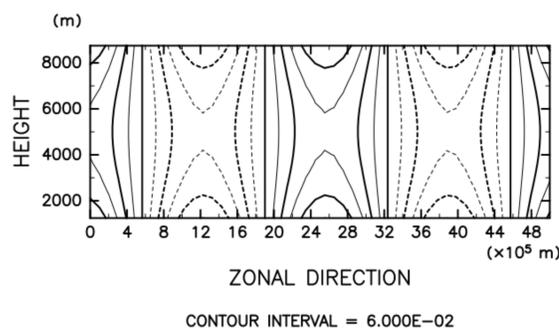


図 6: f 平面上の擾乱の鉛直構造

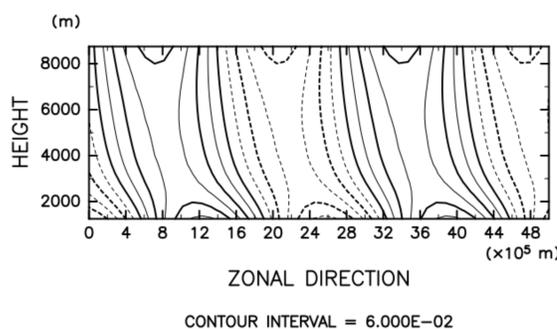


図 7: β 平面上の擾乱の鉛直構造

● **二つの構造図の相違点**

f 平面上では上端と下端での位相差はないが、 β 平面上では上空に行くにつれて位相が西に傾いていることがわかる。

擾乱が成長するには上空に行くにつれて擾乱の位相が西に傾くことが必要であると知られている(Vallis 2006)。

<参考文献> [1] Hirota, I. 1968: On the dynamics of long and ultra-long waves in a baroclinic zonal current. *J. Meteor. Soc. Japan*, **46**, 234-249.
[2] Green, J. S. A. 1960: A problem in baroclinic stability. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **86**, 237-251.
[3] Vallis, G. K. 2006: *Atmospheric and oceanic fluid dynamics*. Cambridge Univ. Press, 745pp.
[4] <http://www.tenki.jp>